Proximal: Jurnal Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika
ISSN 26158132 (cetak)
ISSN 26157667 (online)

MODEL MATEMATIKA *SUSCEPTIBLE–USER–RECOVERED–SUSCEPTIBLE* PADA DINAMIKA PENYEBARAN PENGGUNA NARKOBA DI SULAWESI SELATAN

Indo Tenri Angka[1], Alimuddin[2], Syafaruddin Side[3], Muh. Ishaq Firdaus[4]
Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Makassar [1,2,3,4]
Email: 250027301012@student.unm.ac.id[1], alimuddin@unm.ac.id[2], syafruddin@unm.ac.id[3], 250027301002@student.unm.ac.id[4]

Corresponding Author: Alimuddin, **E-mail:** alimuddin@unm.ac.id

Abstrak. Pemodelan dinamika penyalahgunaan narkoba di Sulawesi Selatan diperlukan untuk memahami kondisi yang memungkinkan pengguna terus bertambah meskipun proses pemulihan berlangsung. Penelitian ini bertujuan memformulasikan model SURS (*Susceptible–User–Recovered–Susceptible*), menentukan titik kesetimbangan, menganalisis kestabilan, menghitung bilangan reproduksi dasar, serta melakukan simulasi numerik. Penelitian menggunakan pendekatan pemodelan matematika dengan membagi populasi menjadi kelompok rentan, pengguna narkoba, dan pulih. Kondisi awal disusun menggunakan data BPS dan BNN serta asumsi, sedangkan parameter model bersumber dari penelitian terdahulu dan asumsi. Pada parameter yang digunakan, diperoleh titik kesetimbangan bebas pengguna narkoba ($E_0 = (1,0,0)$) dan titik kesetimbangan endemik ($E_1 \approx (0.889193,0.005385,0.105422)$). Bilangan reproduksi dasar sebesar ($R_0 \approx 1.125 > 1$) menunjukkan bahwa pengguna narkoba dapat bertahan dalam sistem. Titik kesetimbangan bebas pengguna tidak stabil, sedangkan titik kesetimbangan endemik stabil asimptotik lokal. Simulasi numerik menunjukkan penurunan proporsi individu rentan serta peningkatan proporsi pengguna dan individu pulih selama periode simulasi. Hasil ini menunjukkan bahwa pemulihan dapat berlangsung bersamaan dengan bertambahnya pengguna. Oleh karena itu, upaya penanganan perlu mencakup pencegahan pengguna baru dan dukungan bagi individu yang telah pulih agar tidak kembali rentan terhadap penggunaan narkoba.

Kata Kunci: **Model Matematika, Model SURS, Penyalahgunaan Narkoba, Bilangan Reporduksi Dasar, Simulasi Numerik.**

Abstract. Modeling the dynamics of drug abuse in South Sulawesi is necessary to understand the conditions that allow the number of users to continue to grow even as the recovery process is underway. This study aims to formulate a SURS (Susceptible–User–Recovered–Susceptible) model, determine the equilibrium point, analyze stability, calculate the basic reproduction number, and conduct numerical simulations. The study employs a mathematical modeling approach by dividing the population into susceptible, drug-using, and recovered groups. Initial conditions were established using data from the Central Statistics Agency (BPS) and the National Narcotics Agency (BNN), along with assumptions, while model parameters were derived from previous studies and assumptions. Based on the parameters used, the drug-user-free equilibrium point ($E_0 = (1, 0, 0)$) and the endemic equilibrium point ($E_1 \approx (0.889193, 0.005385, 0.105422)$) were obtained. The basic reproduction number ($R_0 \approx 1.125 > 1$) indicates that drug users can persist in the system. The drug-free equilibrium is unstable, whereas the endemic equilibrium is locally asymptotically stable. Numerical simulations show a decrease in the proportion of susceptible individuals and an increase in the proportions of users and recovered individuals over the simulation period. These results indicate that recovery can occur concurrently with an increase in the number of users. Therefore, intervention efforts must include the prevention of new users and support for individuals who have recovered to prevent them from becoming vulnerable to drug use again.

Keywords: **Mathematical Models, SURS Model, Drug Abuse, Basic Reproduction Number, Numerical Simulation.**

CC BY SA

A. Pendahuluan

Narkotika merupakan zat atau obat yang dapat memengaruhi kesadaran dan mengurangi atau menghilangkan rasa nyeri, serta berpotensi menimbulkan ketergantungan (Sari dkk., 2022). Jenis tertentu digunakan dalam pelayanan kesehatan sesuai indikasi medis. Narkotika termasuk dalam cakupan istilah narkoba, bersama psikotropika dan bahan adiktif lainnya. Sebagian individu menyalahgunakan narkoba untuk memperoleh perubahan kesadaran, rasa nyaman sesaat, atau pelarian dari tekanan (Mustofa & Satiningsih, 2023; Sianturi dkk., 2022). Masalah ini juga berdampak pada keluarga, lingkungan pergaulan, produktivitas, serta beban layanan rehabilitasi dan penegakan hukum (Pratiwi & Nurcahayati, 2020).

Bersasarkan data dari BNN (2025), Sulawesi Selatan menjadi salah satu wilayah dengan tingkat pengguna narkoba tertinggi dengan 3.641 orang yang aktif menggunakan narkoba. Angka tersebut menunjukkan bahwa, Sulawesi Selatan, termasuk daerah dengan jumlah kasus narkoba tertinggi. Hal ini menunjukkan perntingnya persoalan narkoba untuk dianalisis menggunakan pendekatan data seperti pemodelan matematika (Mamo dkk., 2024). Melalui pemodelan matematika, dinamika penyebaran pengguna narkoba dapat direpresentasikan dalam bentuk sistem persamaan diferensial (Fatahillah dkk., 2021). Model ini tidak hanya membantu menggambarkan pola perubahan populasi, tetapi juga dapat digunakan untuk memperkirakan dampak suatu intervensi terhadap penurunan jumlah pengguna narkoba (Alharbi dkk., 2025). (Ristiawan dkk., 2025).

Salah satu pendekatan matematis yang dapat diadaptasi untuk menggambarkan dinamika penyalahgunaan narkoba adalah model SIRS (*Susceptible-Infected-Recovered-Susceptible*). Model SIRS menjelaskan kerangka perpindahan dari kelompok rentan menuju kelompok terinfeksi, kemudian pulih dan kembali rentan (Hakim dkk., 2026). Penelitian ini mengadaptasi struktur tersebut menjadi SURS dengan mengganti kelompok terinfeksi menjadi kelompok pengguna narkoba. Adaptasi ini menggunakan hubungan antarkompartemen sebagai kerangka matematis dan tidak menyamakan penyalahgunaan narkoba dengan penyakit infeksi. Mekanisme perpindahan ditafsirkan sesuai status penggunaan narkoba dan asumsi interaksi dalam model.

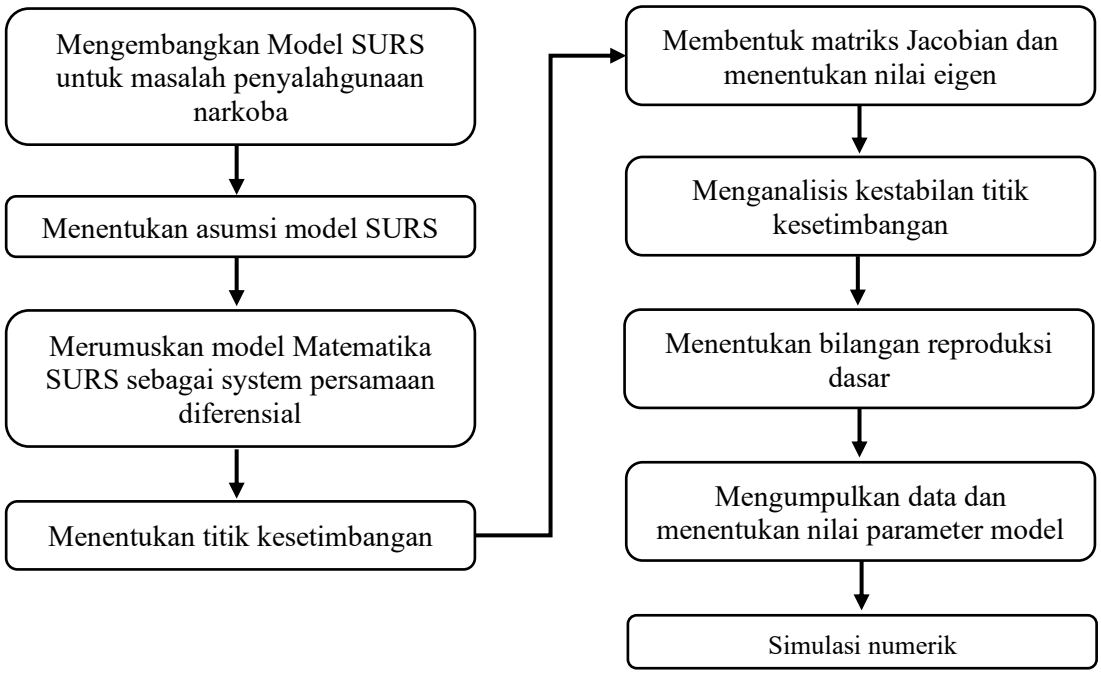
Model SURS (*Susceptible–User–Recovered–Susceptible*) merupakan pengembangan dari model kompartemen SIRS yang disesuaikan dengan karakteristik penyalahgunaan narkoba. Pada model ini, kompartemen (S) merepresentasikan individu rentan, kompartemen (U) merepresentasikan individu pengguna narkoba, dan kompartemen (R) merepresentasikan individu yang telah pulih atau berhenti menggunakan narkoba. Model ini mengasumsikan bahwa individu pada kompartemen (R) dapat kembali ke kompartemen (S). Perpindahan tersebut menunjukkan kembalinya kerentanan setelah pemulihan, bukan penggunaan kembali secara langsung. Individu yang kembali rentan dapat menjadi pengguna melalui mekanisme perpindahan dari (S) ke (U) yang ditetapkan dalam model.

Urgensi penelitian ini didasari oleh perlunya memahami dinamika penyalahgunaan narkoba, terutama kemungkinan individu yang telah pulih kembali menjadi rentan. *World Health Organization dan United Nations Office on Drugs and Crime* (2020) menekankan bahwa sebagian besar individu dengan gangguan penggunaan narkoba memerlukan dukungan jangka panjang setelah penanganan awal. Hal ini memberikan dasar untuk mempertimbangkan bahwa kondisi pulih tidak selalu bersifat permanen. Dalam penelitian ini, kemungkinan tersebut direpresentasikan melalui asumsi perpindahan individu pulih kembali ke kelompok rentan pada model SURS. Analisis titik kesetimbangan, kestabilan, dan bilangan reproduksi dasar diperlukan untuk mengidentifikasi kondisi matematis yang memungkinkan keberadaan pengguna narkoba bertahan atau menurun. Dengan demikian, penelitian ini dapat memberikan dasar analitis untuk memahami hubungan antara kerentanan, penggunaan narkoba, dan pemulihan dalam konteks Sulawesi Selatan.

Beberapa penelitian sebelumnya telah menggunakan pendekatan pemodelan matematika untuk mengkaji penyalahgunaan narkoba dan fenomena sosial yang memiliki pola perpindahan antarkelompok populasi. Kajian tersebut menunjukkan bahwa model kompartemen dapat digunakan untuk menggambarkan perubahan jumlah individu pada setiap kelompok populasi serta menganalisis perilaku sistem melalui titik kesetimbangan, kestabilan, dan simulasi numerik. Berdasarkan hal tersebut, penelitian ini memformulasikan model matematika SURS pada penyebaran pengguna narkoba di Sulawesi Selatan. Penelitian ini bertujuan untuk membangun model matematika SURS pada penyebaran pengguna narkoba, menentukan titik kesetimbangan bebas narkoba dan titik kesetimbangan endemik, menganalisis kestabilan model, menentukan bilangan reproduksi dasar, serta melakukan simulasi numerik terhadap dinamika populasi rentan, pengguna, dan pulih. Hasil kajian ini diharapkan dapat memberikan gambaran matematis mengenai pola penyebaran pengguna narkoba dan dinamika kembalinya individu pulih ke kelompok rentan.

B. Metodologi Penelitian

Penelitian ini menggunakan desain penelitian kuantitatif dengan pendekatan pemodelan matematika terapan untuk merumuskan, menganalisis, dan mensimulasikan model matematika *SURS* (*Susceptible-User-Recovered-Susceptible*) pada pengguna narkoba di Sulawesi Selatan. Data sekunder diperoleh dari Indonesia Drug Report 2025 yang dipublikasikan oleh Badan Narkotika Nasional (BNN) dan data jumlah penduduk di Sulawesi Selatan melalui portal BPS Sulawesi Selatan. Data tersebut mencakup jumlah pengguna narkoba di Sulawesi Selatan dan jumlah penduduk tahun 2024. Variabel penelitian terdiri dari *Susceptible* (S) yang masing-masing mewakili kelompok yang berpotensi menggunakan narkoba, *User* (U) yang masing-masing mewakili kelompok yang aktif menggunakan narkoba, dan *Recovered* (R) mewakili kelompok yang telah berhenti menggunakan narkoba namun memiliki potensi kembali menggunakan narkoba. Model tersebut dirumuskan sebagai sistem persamaan diferensial biasa nonlinier berdasarkan asumsi mengenai dinamika populasi dan transisi di antara ketiga kompartemen tersebut. Untuk memberikan gambaran mengenai tahapan penelitian ini, berikut disajikan diagram alur penelitian pada Gambar 1.



Gambar 1 Desain Penelitian

CC BY SA

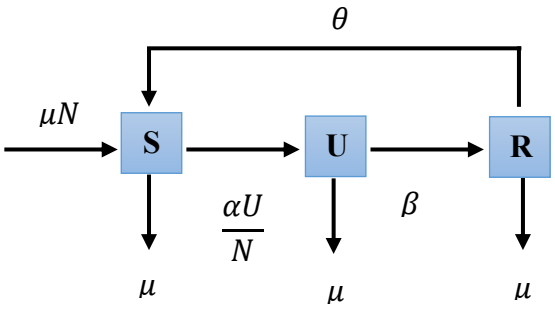
C. Hasil Penelitian dan Pembahasan

1. Model Matematika SURS Penyalahgunaan Narkoba di Sulawesi Selatan

Model matematika pada penyalahgunaan narkoba di Sulawesi Selatan dalam penelitian ini menggunakan beberapa asumsi yang digunakan, yaitu:

1. Laju kelahiran sama dengan laju kematian.
2. Setiap individu memiliki peluang yang sama untuk menjadi pengguna narkoba.
3. Semua kelompok usia berpeluang masuk dalam variabel rentan (S).
4. Variabel U mewakili individu yang menjadi pengguna narkoba.
5. Variabel R mewakili individu yang telah pulih dari narkoba dan memiliki potensi untuk kembali menggunakan narkoba.

Bersarkan asumsi tersebut maka diperoleh model SURS bentuk diagram transfer pada Gambar 2.



Gambar 2 Diagram Model SURS

Keterangan:

S = Populasi rentan menjadi pengguna narkoba.
U = Populasi yang menjadi pengguna narkoba.
R = Populasi yang berhenti menggunakan narkoba tetapi berpotensi kembali menggunakan narkoba.
N = Total populasi.
μ = Laju kelahiran dan kematian.
α = Laju perpindahan populasi *Susceptible* menjadi populasi *User* akibat pengaruh lingkungan atau interaksi dengan individu yang menggunakan narkoba.
β = Laju perpindahan populasi *User* menjadi populasi *Recovery* akibat kesadaran diri dan kemauan untuk berhenti menggunakan narkoba.
θ = Laju perpindah populasi *Recovery* menjadi populasi *Susceptible.*

Berdasarkan Gambar 2 maka diperoleh Persamaan (2), (3), (4) yang dinyatakan dalam bentuk sistem persamaan diferensial, di mana N mewakili jumlah populasi keseluruhan. Selanjutnya, dilakukan normalisasi denhan mengubah setiap subpopulasi menjadi proporsi dari jumlah populasi keseluruhan.

$$s = \frac{S}{N}, u = \frac{U}{N}, r = \frac{R}{N} \quad (1)$$

$$\frac{ds}{dt} = \mu + \theta r - (\alpha u + \mu)s \quad (2)$$

$$\frac{du}{dt} = \alpha u s - (\beta + \mu)u \quad (3)$$

$$\frac{dr}{dt} = \beta u - (\theta + \mu)r \quad (4)$$

dengan $s(t) + u(t) + r(t) = 1$.

CC BY SA

2. Analisis Model Matematika SURS Penyalahgunaan Narkoba di Sulawesi Selatan

2.1 Titik Kesetimbangan pada Model SURS

Terdapat dua titik kesetimbangan pada sistem Persamaan (2), (3), dan (4) yaitu titik kesetimbangan bebas narkoba dan titik kesetimbangan endemik. Titik kesetimbangan bebas Narkoba (E_0) menunjukkan bahwa tidak ada individu yang menggunakan narkoba, sehingga $U = 0$. Jadi titik kesetimbangan bebas narkoba menjadi Persamaan (5).

$$E_0(S, U, R) = (1,0,0) \tag{5}$$

Sedangkan titik kesetimbangan endemik (E_1) meunjukkan bahwa terdapat populasi yang menggunakan narkoba ($U \neq 0$). Dengan demikian diperoleh Persamaan (6).

$$E_1(S, U, R) = \left(\frac{(\beta+\mu)}{\alpha}, \frac{(\theta+\mu)(\alpha-\beta-\mu)}{\alpha(\beta+\theta+\mu)}, \frac{\beta(\alpha-\beta-\mu)}{\alpha(\beta+\theta+\mu)}\right) \tag{6}$$

2.2 Analisis Kestabilan

Selanjutnya, syarat untuk kestabilan titik kesetimbangan bebas narkoba diperoleh dengan menggunakan Matriks Jacobian untuk model ini pada titik kesetimbangan bebas narkoba pada Persamaan (7).

$$J(E_0) = \begin{bmatrix} -\mu & -\alpha & \theta \\ 0 & \alpha-\beta-\mu & 0 \\ 0 & \beta & -\theta-\mu \end{bmatrix} \tag{7}$$

Polinom karakteristik yang diperoleh dari matriks di atas adalah Persamaan (8).

$$(\lambda+\mu)(\lambda-\alpha+\beta+\mu)(\lambda+\theta+\mu) = 0 \tag{8}$$

Dengan demikian diperoleh persamaan nilai eigen dari titik kesetimbangan bebas narkoba sebagaiman Persamaan (9).

$$\lambda_1 = -\mu, \lambda_2 = -(-\alpha+\beta+\mu), \lambda_3 = -(\theta+\mu) \tag{9}$$

Berdasarkan Persamaan (9) maka dapat diketahui bahwa seluruh nilai eigen yang diperoleh bernilai real negatif yang mengartikan bahwa kestabilan titik kesetimbangan bebas narkoba adalah stabil asimptotik. Selanjutnya mencari syarat untuk kestabilan titik kesetimbangan endemik, dan matriks Jacobian untuk model ini pada titik kesetimbangan endemik dapat dilihat pada Persamaan (10).

$$J(E_1) = \begin{bmatrix} -\alpha\left(\frac{(\theta+\mu)(\alpha-\beta-\mu)}{\alpha(\beta+\theta+\mu)}\right)-\mu & -\alpha\left(\frac{(\beta+\mu)}{\alpha}\right) & \theta \\ \alpha\left(\frac{(\theta+\mu)(\alpha-\beta-\mu)}{\alpha(\beta+\theta+\mu)}\right) & \alpha\left(\frac{(\beta+\mu)}{\alpha}\right)-\beta-\mu & 0 \\ 0 & \beta & -\theta-\mu \end{bmatrix} \tag{10}$$

Sehingga polinom karateristik yang diperoleh pada Persamaan (11).

$$(\lambda+\mu)[(\beta+\theta+\mu)\lambda^2+(\theta+\mu)(\alpha+\theta)+(\beta+\theta+\mu)(\theta+\mu)(\alpha-\beta-\mu)] = 0 \tag{11}$$

Dengan demikian diperoleh persamaan nilai eigen dari titik kesetimbangan endemik pada Persamaan (12).

$$\lambda_1 = -\mu$$
$$\lambda_{2,3} = \frac{-(\theta+\mu)(\alpha+\theta) \pm \sqrt{(\theta+\mu)^2(\alpha+\theta)^2 - 4(\beta+\theta+\mu)^2(\theta+\mu)(\alpha-\beta-\mu)}}{2(\beta+\theta+\mu)} \tag{12}$$

Berdasarkan Persamaaan (12) maka diperoleh bahwa seluruh nilai eigen yang diperoleh bernilai real negatif yang mengartikan bahwa kestabilan titik kesetimbangan bebas narkoba adalah stabil asimptotik.

2.3 Bilangan Reproduksi Dasar

Bilangan reproduksi dasar model matematika SURS untuk kasus penyalahgunaan narkoba diperoleh menggunakan metode *next generation matrix* seperti pada Persamaan (13).

$$R_0 = \frac{\alpha}{\beta + \mu} \tag{13}$$

3. Simulasi Model Matematika SURS Penyalahgunaan Narkoba di Sulawesi Selatan

Simulasi numerik dilakukan untuk melihat dinamika dari model yang sudah dibangun, dan mencocokkan hasil yang diperoleh dengan teori yang ada. Adapun nilai-nilai variabel dan parameternya pada Tabel 1.

Tabel 1 Nilai Variabel dan Parameter

Variabel / Parameter	Nilai Awal	Sumber
S	0,999457	BPS Sulawesi Selatan
U	0,000385	BNN, 2025
R	0,000159	Asumsi
μ	0,000684	Asumsi
α	0,057	(Kamal dkk., 2025)
β	0,05	Asumsi
θ	0,00187	(Ihsan dkk., 2024)

Berdasarkan nilai variabel dan parameter pada model penyalahgunaan narkoba diperoleh nilai titik kesetimbangan bebas narkoba dan titik kesetimbangan endemik sebagaimana Persamaan (14) dan (15).

$$E_0(S, U, R) = (1,0,0) \tag{14}$$

$$E_1(S, U, R) = (0.889193, 0.005385, 0.105422) \tag{15}$$

Nilai tersebut titik kesetimbangan endemic menunjukkan bahwa dalam jangka panjang, penyebaran pengguna narkoba tidak sepenuhnya menghilang dari system. sistem berada pada keadaan ketika sekitar 88.9193% populasi berada pada kelompok rentan, 0.5385% berada pada kelompok pengguna narkoba, dan 10.5422% berada pada kelompok pulih. Keberadaan nilai ($U^* > 0$) menunjukkan bahwa penyalahgunaan narkoba masih bertahan dalam populasi, sehingga sistem berada pada kondisi endemik.

Selanjutnya dilakukan analisis stabilitas dilakukan dengan mensubstitusikan nilai-nilai parameter yang tercantum dalam Tabel 1 ke dalam Persamaan (9) dan (12). Nilai-nilai eigen yang dihasilkan untuk titik kesetimbangan E_0 disajikan dalam Persamaan (16), sedangkan nilai-nilai eigen untuk titik kesetimbangan E_1 disajikan dalam Persamaan (17).

$$\lambda_1 = -0.000684, \lambda_2 = 0.006316, \lambda_3 = -0.002554 \tag{16}$$

$$\lambda_1 = -0.000684, \lambda_2 = -0.001430 + 0.003753i, \quad \lambda_3 = -0.001430 - 0.00373i \tag{17}$$

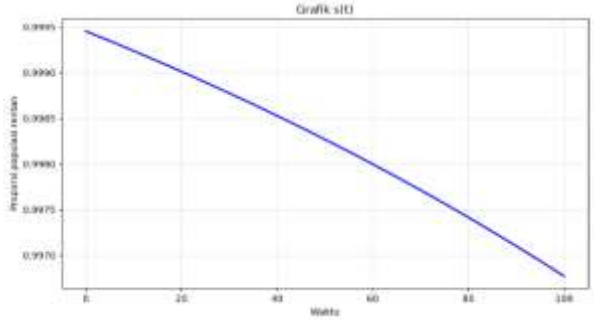
Berdasarkan Persamaan (16) nilai $\lambda_2 > 0$, maka titik kestabilan bebas narkobanya bersifat tidak stabil. Hal ini menunjukkan bahwa pengguna narkoba masih berpotensi bertahan atau meningkat dalam system. Sedangkan pada Persamaan (17), seluruh nilai eigen bernilai negatif yang menunjukkan bahwa titik kesetimbangan endemik bersifat stabil asimtotik lokal.

Kemudian, nilai-nilai parameter yang disajikan dalam Tabel 1 dimasukkan ke dalam Persamaan (13), sehingga diperoleh angka reproduksi dasar sebesar $R_0 = 1.12461$. Karena $R_0 > 1$, hasil ini menunjukkan bahwa pengguna narkoba berpotensi untuk terus berlangsung di dalam populasi yang dimodelkan.

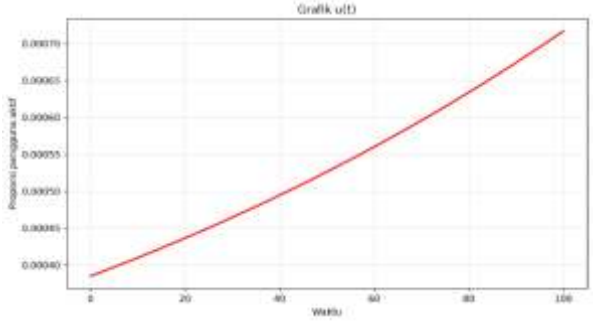
4. Simulasi Model

Simulasi numerik dilakukan untuk mengkaji dinamika ketiga kelompok populasi dalam model SURS, yaitu kelompok yang rentan atau berpotensi terpapar $s(t)$, kelompok yang menggunakan narkoba $u(t)$, dan kelompok yang telah berhenti menggunakan narkoba tetapi memiliki potensi Kembali rentan menggunakan narkoba $r(t)$. Simulasi tersebut dilakukan

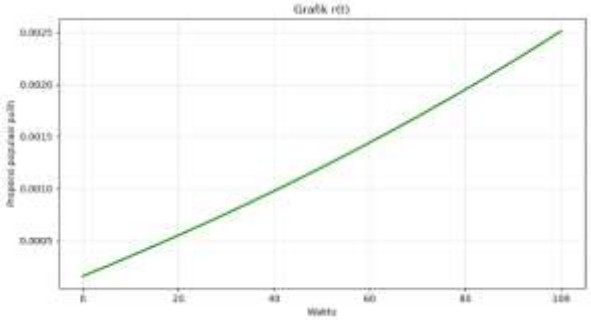
dengan menggunakan kondisi awal dan nilai parameter yang ditentukan sebagaimana tercantum dalam Tabel 1 selama periode simulasi $0 \leq t \leq 100$.



Gambar 3 Simulasi s(t)



Gambar 4 Simulasi u(t)



Gambar 5 Simulasi r(t)

Berdasarkan Gambar 3, proporsi subpopulasi rentan $s(t)$ mengalami penurunan selama periode simulasi. Pada awal simulasi, nilai $s(t)$ berada sekitar 0.99946, kemudian menurun secara perlahan hingga sekitar 0.9968. Penurunan ini menunjukkan adanya perpindahan sebagian individu dari kelompok rentan menuju kelompok pengguna narkoba. Dengan demikian, subpopulasi rentan tidak bersifat tetap, tetapi berubah mengikuti dinamika interaksi dalam sistem.

Berdasarkan Gambar 4, proporsi subpopulasi pengguna aktif $u(t)$ mengalami peningkatan dari waktu ke waktu. Nilai $u(t)$ yang semula sekitar 0.00038 meningkat menjadi sekitar 0.00071 pada akhir periode simulasi. Peningkatan ini menunjukkan bahwa jumlah individu yang masuk ke kelompok pengguna masih lebih besar dibandingkan jumlah individu yang keluar dari kelompok tersebut. Hal ini mengindikasikan bahwa penyalahgunaan narkoba masih bertahan dalam populasi.

Berdasarkan Gambar 5, proporsi subpopulasi pulih $r(t)$ juga mengalami peningkatan selama periode simulasi. Nilai $r(t)$ meningkat dari sekitar 0.00016 menjadi sekitar 0.0025. Kondisi ini menunjukkan bahwa sebagian pengguna narkoba mengalami pemulihan dan berpindah ke kompartemen R. Namun, karena individu pada kompartemen R masih berpotensi kembali menjadi rentan, peningkatan populasi pulih belum sepenuhnya menghilangkan risiko penyebaran pengguna narkoba dalam sistem.

Ketiga grafik menunjukkan bahwa model $SURS$ mampu menggambarkan dinamika perpindahan individu dari kelompok rentan ke kelompok pengguna, kemudian dari kelompok pengguna ke kelompok pulih. Penurunan $s(t)$ yang disertai peningkatan $u(t)$ dan $r(t)$ menunjukkan bahwa penyalahgunaan narkoba masih berlangsung dalam populasi. Dengan demikian, sistem cenderung menuju kondisi endemik, yaitu kondisi ketika pengguna narkoba tetap ada dalam populasi pada proporsi tertentu. Hasil simulasi pada berbagai titik waktu dirangkum dalam Tabel 2.

CC BY SA

Tabel 2 Simulasi Populasi pada Titik Waktu

Waktu	$s(t)$	$u(t)$	$r(t)$
0	0.99945700	0.00038500	0.00015900
10	0.99923987	0.00040995	0.00035118
25	0.99889631	0.00045033	0.00065435
50	0.99827014	0.00052630	0.00120453
75	0.99756647	0.00061450	0.00181998
100	0.99677165	0.00071672	0.00251256

Berdasarkan tabel hasil simulasi, subpopulasi rentan $s(t)$ mengalami penurunan secara bertahap, sedangkan subpopulasi pengguna aktif $u(t)$ dan subpopulasi pulih $r(t)$ mengalami peningkatan. Nilai $s(t)$ menurun dari 0.99945700 menjadi 0.99677165, yang menunjukkan adanya perpindahan sebagian individu rentan menuju kelompok pengguna. Pada saat yang sama, nilai $u(t)$ meningkat dari 0.00038500 menjadi 0.00071672, sehingga menunjukkan bahwa pengguna narkoba aktif masih bertambah dalam sistem. Nilai $r(t)$ juga meningkat dari 0.00015900 menjadi 0.00251256, yang mengindikasikan adanya proses pemulihan pengguna. Secara keseluruhan, hasil simulasi menunjukkan bahwa penyalahgunaan narkoba belum menghilang dari populasi, tetapi tetap bertahan dengan kecenderungan menuju kondisi endemik.

Hasil penelitian menunjukkan bahwa pada parameter yang digunakan, perpindahan individu rentan menjadi pengguna memungkinkan penggunaan narkoba tetap berlangsung meskipun proses pemulihan berjalan. Dalam model SURS, kondisi ini mencerminkan hubungan antara masuknya individu ke kelompok pengguna dan keluarnya individu melalui pemulihan atau kematian. Ketidakstabilan kesetimbangan bebas pengguna menunjukkan bahwa sejumlah kecil pengguna dapat berkembang ketika muncul di sekitar keadaan tersebut. Sebaliknya, kestabilan lokal kesetimbangan endemik menunjukkan bahwa sistem dapat mempertahankan keberadaan pengguna. Interpretasi ini sejalan dengan Alfiniyah dkk. (2023), yang menunjukkan bahwa laju masuk menjadi pengguna dan laju masuk ke rehabilitasi berperan dalam menentukan keberlangsungan penggunaan narkoba.

Peningkatan kelompok pulih bersamaan dengan peningkatan kelompok pengguna menunjukkan bahwa proses pemulihan belum cukup mengimbangi masuknya pengguna baru selama periode simulasi. Jalur $(R \rightarrow S)$ dalam model SURS juga memungkinkan individu pulih kembali menjadi rentan sebelum berpotensi menjadi pengguna kembali. Mekanisme ini menempatkan keberlanjutan pemulihan sebagai aspek penting dalam memahami dinamika sistem. *World Health Organization* dan *United Nations Office on Drugs and Crime* (2020) menekankan kebutuhan dukungan jangka panjang setelah penanganan awal gangguan penggunaan narkoba. Pandangan tersebut mendukung perhatian terhadap keberlanjutan pemulihan, sedangkan jalur $(R \rightarrow S)$ merupakan asumsi matematis yang digunakan dalam penelitian ini.

Model SURS memperlihatkan bahwa masuknya pengguna baru, pemulihan, dan kembalinya kerentanan perlu dipahami sebagai mekanisme yang saling berkaitan. Penurunan laju masuk menjadi pengguna dan peningkatan laju pemulihan menurunkan bilangan reproduksi dasar. Sementara itu, laju kembalinya individu pulih menjadi rentan memengaruhi dinamika dan komposisi populasi, meskipun tidak muncul dalam rumus bilangan reproduksi dasar model ini. Dalam konteks Sulawesi Selatan, hasil tersebut memberikan dasar matematis untuk mempertimbangkan pencegahan pengguna baru bersama dukungan pemulihan berkelanjutan. Arah interpretasi ini selaras dengan kajian Alfiniyah dkk. (2023) mengenai mekanisme penanganan dalam model penyalahgunaan narkoba serta penekanan WHO dan UNODC (2020) terhadap kesinambungan layanan pemulihan.

D. Kesimpulan

Penelitian ini berhasil memformulasikan model SURS sebagai sistem persamaan diferensial yang menggambarkan dinamika populasi rentan, pengguna narkoba, dan pulih dalam konteks Sulawesi Selatan. Model menghasilkan titik kesetimbangan bebas pengguna narkoba ($E_0 = (1,0,0)$) dan, pada parameter yang digunakan, titik kesetimbangan endemik ($E_1 \approx (0.889193,0.005385,0.105422)$). Analisis kestabilan menunjukkan bahwa titik kesetimbangan bebas pengguna tidak stabil, sedangkan titik kesetimbangan endemik stabil asimptotik lokal. Bilangan reproduksi dasar sebesar ($R_0 \approx 1.125 > 1$) menunjukkan bahwa pengguna narkoba dapat bertahan dalam sistem. Simulasi numerik memperlihatkan penurunan proporsi individu rentan serta peningkatan proporsi pengguna dan individu pulih selama periode simulasi. Hasil ini menjelaskan bahwa pemulihan berlangsung bersamaan dengan bertambahnya pengguna, sementara mekanisme kembalinya individu pulih menjadi rentan tetap menjadi bagian dari dinamika model.

DAFTAR PUSTAKA

Alfiniyah, C., Puspitasari, A., Alfiniyah, C., & Puspitasari, A. (2023). Mathematical modelling of drug abuse reduction strategies taking into account the treatment type and risks level. *Jambura Journal of Biomathematics*, *4*(1), 23–30. https://doi.org/https://doi.org/10.34312/jjbm.v4i1.19316

Alharbi, A. H., Alzahrani, M. S. J., Jday, F., & Alsehaimi, A. (2025). Mathematical analysis for a dynamic model of illicit drug consumption. *AIMS Mathematics*, *10*(June), 14784–14803. https://doi.org/10.3934/math.2025665

Badan Narkotika Nasional. (2025). *Indonesia drug report 2025*. https://ppid.bnn.go.id/konten/unggahan/2026/02/IDR-2024-Versi-Inggris_FINAL_opt.pdf

Fatahillah, A., Istiqomah, M., & Dafik. (2021). Pemodelan matematika pada kasus kecanduan game online menggunakan metode Runge-Kutta orde 14. *Limits: Journal of Mathematics and Its Applications*, *18*(2), 129–141. https://doi.org/http://dx.doi.org/10.12962/limits.v18i2.6854

Hakim, A. R., Ramadhanti, O., & Granita. (2026). Model SIRS nonlinear incidence rate dengan faktor imigrasi terinfeksi pada penyebaran penyakit COVID-19. *SQUARE: Journal of Mathematics and Mathematics Education*, *8*(1), 1–16. https://doi.org/http://dx.doi.org/10.21580/square.2026.8.1.31590

Ihsan, H., Side, S., & Herman. (2024). Solusi penanganan permasalahan kecanduan narkoba menggunakan model SEIR waktu tunda. *Jurnal Sainsmat*, *13*(1), 94–103. https://doi.org/https://doi.org/10.35580/sainsmat131611682024

Kamal, M., Ahmed, M., & Sarkar, A. H. (2025). Optimal control strategies for mitigating drug addiction : A mathematical modeling approach. *Results in Control and Optimization*, *19*, 1–17. https://doi.org/10.1016/j.rico.2025.100580

Mamo, D. K., Kinyanjui, M. N., Teklu, S. W., & Hailu, G. K. (2024). Mathematical modeling and analysis of the co-dynamics of crime and drug abuse. *Scientific Reports*, *14*, 1–15.

https://doi.org/https://doi.org/10.1038/s41598-024-75034-8 2

Mustofa, A. A., & Satiningsih. (2023). Pengalaman individu yang menggunakan narkoba sebagai koping. *Character: Jurnal Penelitian Psikologi*, *10*(03), 216–231. https://ejournal.unesa.ac.id/index.php/character/article/download/54274/43269/112284

Pratiwi, Y. M., & Nurcahayati. (2020). Dukungan sosial keluarga pecandu narkoba yang menjalani rehabilitasi rawat inap di BNNK Surabaya. *Jurnal Penelitian Psikologi*, *7*(4), 52–61.

Ristiawan, R., Endaryono, & Mahyudi. (2025). Analisis model matematika dan simulasi penyebaran dan penanganan penyalahgunaan narkoba di Indonesia. *Faktor Exacta*, *17*(4), 357–365. https://doi.org/10.30998/faktorexacta.v17i4.25201

Sari, R. F., Cipta, H., & Sirait, P. (2022). Model matematika penyebaran pengguna narkoba dengan adanya faktor edukasi di Sumatera Utara. *Jurnal Lebesgue: Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika, Matematika Dan Statistika*, *3*(3), 624–635. https://doi.org/10.46306/lb.v3i3.177

Sianturi, R., Hartawan, L. A., Rahmah, N. A., Nuril, P., Safitri, M. Z., & Nabilah, N. (2022). Efek penggunaan NAPZA terhadap kesehatan psikologis. *J-HESTECH*, *5*(2), 97–114. https://doi.org/10.25139/htc.v5i2.4671

WHO, & UNODC. (2020). *International standards for the treatment of drug use disorders: Revised edition incorporating results of field-testing*. https://www.who.int/publications/i/item/international-standards-for-the-treatment-of-drug-use-disorders?utm_