

Analisis Kesalahan Konseptual Siswa Dalam Menentukan Nilai Kosinus Sudut Tumpul Berdasarkan Taksonomi Ashlock

Nur Wahidin Ashari¹, Salwah²

Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Negeri Makassar¹, STKIP Andi Matappa²

Email: nur.wahidin.ashari@unm.ac.id, salwah@matappa.ac.id

Coressponding Author: Nur Wahidin Ashari, Email: nur.wahidin.ashari@unm.ac.id

Abstrak. Penelitian ini menganalisis kesalahan konseptual mahasiswa dalam menentukan nilai fungsi trigonometri, khususnya $\cos 150^\circ$, menggunakan Taksonomi Kesalahan Ashlock. Dua kasus pekerjaan mahasiswa dianalisis. Pada kasus pertama, mahasiswa berhasil melakukan perhitungan magnitude proyeksi horizontal secara benar, namun gagal menerapkan tanda negatif yang sesuai untuk kosinus di kuadran kedua, mengindikasikan pemahaman parsial namun belum utuh tentang aturan tanda trigonometri. Pada kasus kedua, mahasiswa menunjukkan kesalahan yang lebih mendasar dengan memilih strategi penyelesaian yang sama sekali tidak relevan dan menggunakan nilai-nilai arbitrer dalam perhitungannya. Hal ini menandakan fragmentasi pengetahuan dan kesulitan dalam mengintegrasikan konsep-konsep matematis secara koheren untuk menyelesaikan masalah. Secara keseluruhan, temuan ini menggarisbawahi bahwa kesalahan mahasiswa dalam trigonometri seringkali berakar pada miskonsepsi atau pemahaman konseptual yang belum matang. Implikasi didaktik menunjukkan perlunya pengajaran yang lebih menekankan pada pemahaman relasional definisi dasar trigonometri, hubungan sudut-kuadran-tanda, dan pengembangan kemampuan mahasiswa dalam memilih strategi pemecahan masalah yang relevan.

Kata Kunci: Kesalahan Konseptual, Taksonomi Ashlock, Trigonometri, Kosinus, Mahasiswa

Abstract. This study analyzes students' conceptual errors in determining the value of trigonometric functions, specifically $\cos 150^\circ$, using Ashlock's Taxonomy of Errors. Two cases of students' work were analyzed. In the first case, the student correctly performed the calculation for the magnitude of the horizontal projection but failed to apply the appropriate negative sign for cosine in the second quadrant, indicating a partial but incomplete understanding of trigonometric sign rules. In the second case, the student demonstrated a more fundamental error by choosing an entirely irrelevant solution strategy and using arbitrary values in their calculations. This suggests fragmentation of knowledge and difficulty in coherently integrating mathematical concepts to solve the problem. Overall, these findings highlight that students' errors in trigonometry often stem from misconceptions or underdeveloped conceptual understanding. Didactic implications suggest the need for instruction that emphasizes a relational understanding of basic trigonometric definitions, the relationship between angles-quadrants-signs, and the development of students' ability to select relevant problem-solving strategies.

Keywords: Conceptual Errors, Ashlock's Taxonomy, Trigonometry, Cosine, Students

A. Pendahuluan

Trigonometri merupakan salah satu cabang utama dalam matematika yang memiliki peran penting dalam pengembangan ilmu pengetahuan dan teknologi. Konsep-konsep dalam trigonometri, seperti nilai fungsi sinus, kosinus, dan tangen, sangat diperlukan dalam menyelesaikan berbagai permasalahan di bidang teknik, fisika, arsitektur, astronomi, serta bidang lain yang membutuhkan analisis sudut dan panjang (Sutawijaya, 2018). Oleh karena itu, penguasaan terhadap konsep-konsep trigonometri merupakan prasyarat penting bagi mahasiswa, terutama yang berasal dari latar belakang pendidikan matematika.



Salah satu tantangan yang sering dihadapi mahasiswa dalam pembelajaran trigonometri adalah dalam memahami dan menentukan nilai fungsi trigonometri pada sudut-sudut yang tidak lazim, seperti sudut tumpul (90° – 180°). Secara khusus, nilai kosinus pada sudut tumpul kerap menimbulkan kesalahan dalam proses penyelesaian soal. Banyak mahasiswa kesulitan memahami bagaimana tanda dari nilai kosinus dipengaruhi oleh posisi sudut pada kuadran kedua, serta gagal mengaitkan nilai tersebut dengan proyeksi titik pada bidang koordinat Kartesius. Kesalahan semacam ini menunjukkan adanya masalah dalam penguasaan konsep dasar yang mendasari fungsi trigonometri.

Kesulitan mahasiswa dalam memahami konsep trigonometri tidak hanya terbatas pada nilai kosinus sudut tumpul, tetapi juga mencakup berbagai aspek lainnya. Beberapa penelitian menunjukkan bahwa siswa dan mahasiswa sering mengalami kebingungan antara konsep sudut dan panjang sisi dalam segitiga, terutama dalam konteks penggunaan hukum sinus dan kosinus (Widodo & Junaedi, 2015). Selain itu, kesalahan dalam mengingat dan menerapkan rumus trigonometri juga menjadi temuan umum, terutama saat siswa harus beralih dari representasi geometri ke aljabar (Maulidia & Jailani, 2017). Kesalahan semacam ini umumnya terjadi karena siswa cenderung menghafal rumus tanpa memahami makna dan keterkaitannya secara konseptual.

Dalam konteks kesalahan kognitif, beberapa siswa juga mengalami kesulitan dalam memahami perbedaan antara sudut dalam derajat dan radian, serta kesalahan dalam membaca posisi sudut dari lingkaran satuan. Hal ini menunjukkan adanya miskonsepsi yang bersifat sistematis, yang tidak hanya berdampak pada satu jenis soal, tetapi meluas ke berbagai konteks penyelesaian masalah trigonometri (Prayitno, 2019). Oleh karena itu, penting untuk menganalisis jenis-jenis kesalahan yang dilakukan oleh siswa dengan pendekatan yang komprehensif.

Untuk membantu mengidentifikasi dan mengkaji kesalahan-kesalahan siswa atau mahasiswa dalam menyelesaikan soal matematika, pendekatan error analysis telah lama digunakan dalam pendidikan matematika. Menurut Radatz (1979), analisis kesalahan bukan sekadar mengungkap hasil jawaban yang salah, tetapi juga berfungsi sebagai alat diagnostik untuk memahami pola pikir dan struktur kognitif siswa dalam proses menyelesaikan masalah. Dengan memahami jenis-jenis kesalahan yang dilakukan siswa, guru atau dosen dapat merancang intervensi pengajaran yang lebih tepat dan efektif untuk memperbaiki kesalahan tersebut.

Salah satu pendekatan sistematis yang digunakan dalam menganalisis kesalahan siswa adalah Taksonomi Kesalahan Ashlock. Taksonomi ini dikembangkan oleh Robert B. Ashlock dalam bukunya *Error Patterns in Computation: Using Error Patterns to Improve Instruction* (Ashlock, 2010). Dalam pendekatan ini, kesalahan siswa diklasifikasikan ke dalam beberapa kategori utama, yaitu:

1. Kesalahan fakta (fact errors), yaitu kesalahan dalam mengingat atau mengenali fakta dasar matematika.
2. Kesalahan prosedural (procedural errors), yaitu kesalahan yang muncul ketika siswa gagal mengikuti langkah-langkah atau algoritma yang tepat.
3. Kesalahan konseptual (conceptual errors), yaitu kesalahan yang terjadi akibat miskonsepsi atau pemahaman yang salah terhadap prinsip atau konsep dasar yang mendasari suatu proses matematika.

Ashlock menekankan bahwa kesalahan konseptual adalah jenis kesalahan yang paling krusial karena seringkali tersembunyi di balik jawaban yang tampak benar secara prosedural. Siswa dapat menyelesaikan soal secara mekanis, tetapi tanpa pemahaman yang benar terhadap konsep yang digunakan. Kesalahan semacam ini perlu diidentifikasi sejak dini, karena dapat menjadi penghambat dalam memahami materi matematika lanjutan.



Selain itu, pendekatan Ashlock juga menekankan pentingnya observasi sistematis dan refleksi terhadap pola-pola kesalahan yang berulang. Dengan mengenali “pola kesalahan” ini, pendidik dapat memahami bagaimana siswa membangun konsep yang keliru dan bagaimana memperbaikinya melalui pembelajaran yang berbasis diagnosis. Ini sejalan dengan pandangan konstruktivis dalam pendidikan matematika yang menekankan pentingnya memperbaiki struktur pengetahuan siswa melalui aktivitas reflektif dan eksploratif (Bransford, Brown, & Cocking, 2000).

Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis jenis-jenis kesalahan konseptual yang dilakukan oleh mahasiswa semester 1 Jurusan Matematika Universitas Negeri Makassar (UNM) dalam menyelesaikan soal penentuan nilai kosinus pada sudut tumpul. Dengan menggunakan Taksonomi Kesalahan Ashlock sebagai kerangka analisis, penelitian ini diharapkan dapat memberikan gambaran yang jelas mengenai pola kesalahan konseptual yang terjadi dan memberikan dasar bagi pengembangan strategi pembelajaran trigonometri yang lebih tepat sasaran di tingkat pendidikan tinggi.

B. Metode Penelitian

1. Jenis Penelitian

Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif dengan jenis studi kasus tunggal, yang bertujuan untuk menggali secara mendalam bentuk-bentuk kesalahan konseptual mahasiswa dalam menyelesaikan soal trigonometri, khususnya dalam menentukan nilai kosinus sudut tumpul. Pendekatan ini dipilih karena sesuai untuk mengidentifikasi pola berpikir dan proses kognitif mahasiswa yang tidak dapat diukur secara kuantitatif, serta memungkinkan peneliti untuk memahami kesalahan secara kontekstual dan interpretatif (Creswell, 2014).

2. Sumber Data

Subjek penelitian ini adalah mahasiswa semester 1 Jurusan Matematika Universitas Negeri Makassar (UNM) yang telah mempelajari materi trigonometri. Data utama yang dianalisis dalam penelitian ini adalah hasil pekerjaan mahasiswa dalam menyelesaikan soal trigonometri yang disusun secara spesifik untuk mengungkap pemahaman terhadap konsep nilai kosinus sudut tumpul.

Adapun soal yang diberikan kepada mahasiswa berbunyi sebagai berikut:

"Tentukan nilai dari $\cos(150^\circ)$ dan jelaskan proses penyelesaiannya."

Soal ini dipilih karena mengandung unsur konseptual penting dalam trigonometri, yakni pengenalan terhadap sudut tumpul (terletak di kuadran II), pemahaman terhadap tanda fungsi kosinus di berbagai kuadran, serta kemampuan mengaitkan sudut-sudut istimewa dengan posisi sudut dalam sistem koordinat. Hasil pekerjaan yang dikumpulkan kemudian difokuskan pada analisis kesalahan yang muncul dalam proses penyelesaian soal tersebut.

3. Teknik Analisis Data

Teknik analisis data yang digunakan dalam penelitian ini adalah analisis konten (content analysis), dengan fokus pada identifikasi dan klasifikasi kesalahan konseptual dalam jawaban mahasiswa. Analisis dilakukan dengan menggunakan kerangka Taksonomi Kesalahan Ashlock (Ashlock, 2010), yang mengklasifikasikan kesalahan ke dalam beberapa jenis, dengan penekanan khusus pada kesalahan konseptual sebagai fokus utama penelitian.

Prosedur analisis data dilakukan dalam tiga tahap sistematis sebagai berikut:

a. Reduksi Data

Pada tahap ini, seluruh hasil pekerjaan mahasiswa dikumpulkan dan diperiksa untuk mengidentifikasi respons yang relevan dengan tujuan penelitian, yaitu respons yang menunjukkan adanya indikasi kesalahan dalam memahami konsep nilai kosinus sudut tumpul. Hanya jawaban-jawaban yang mengandung langkah berpikir atau penyelesaian



yang menunjukkan potensi kesalahan konseptual yang diseleksi untuk dianalisis lebih lanjut. Data yang bersifat tidak lengkap atau tidak menjawab soal dengan benar tanpa penjelasan proses dikeluarkan dari proses analisis untuk menjaga fokus dan konsistensi data.

b. Kategorisasi Kesalahan

Setelah pekerjaan diseleksi, tahap selanjutnya adalah mengidentifikasi dan mengkategorikan kesalahan yang muncul dalam jawaban mahasiswa. Peneliti mengamati setiap tahap dalam proses penyelesaian soal: pemilihan kuadran sudut, penggunaan rumus, penentuan nilai kosinus berdasarkan sudut acuan, serta penetapan tanda dari nilai fungsi. Kesalahan-kesalahan yang teridentifikasi kemudian diklasifikasikan berdasarkan kategori dalam Taksonomi Ashlock, yaitu:

- 1) Kesalahan Konseptual: Ketika mahasiswa tidak memahami bahwa nilai kosinus 150° bernilai negatif karena berada di kuadran II
- 2) Kesalahan Prosedural: Jika mahasiswa memahami konsep, tetapi salah dalam urutan atau mekanisme pengerjaan.
- 3) Kesalahan Fakta: Bila mahasiswa keliru dalam menyatakan nilai kosinus dari sudut istimewa (misalnya, menyebut $\cos(30^\circ) = \frac{1}{2}$).
- 4) Meskipun fokus utama penelitian adalah kesalahan konseptual, identifikasi terhadap bentuk kesalahan lain juga dilakukan sebagai konteks pendukung.

c. Interpretasi dan Penarikan Kesimpulan

Setelah seluruh kesalahan diklasifikasikan, peneliti melakukan interpretasi terhadap kemungkinan penyebab dari setiap jenis kesalahan yang muncul. Interpretasi ini dilakukan dengan melihat konsistensi pola kesalahan antar mahasiswa, dan menghubungkannya dengan potensi miskonsepsi yang umum terjadi dalam pembelajaran trigonometri. Misalnya, jika beberapa mahasiswa menuliskan $\cos(150^\circ) = 1/2$, maka hal ini diinterpretasikan sebagai miskonsepsi terhadap penggunaan sudut acuan tanpa mempertimbangkan tanda fungsi di kuadran yang sesuai.

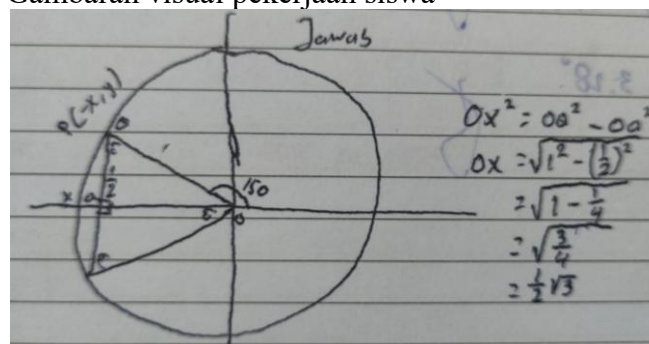
Hasil analisis ini kemudian disusun dalam bentuk deskripsi naratif, dengan kutipan atau rekaman visual dari jawaban mahasiswa sebagai bukti pendukung. Setiap temuan dikaitkan kembali dengan teori kesalahan menurut Ashlock untuk memastikan bahwa klasifikasi yang diberikan sesuai dengan prinsip teoretis yang diacu.

C. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Bagian ini menyajikan temuan dari analisis pekerjaan siswa dalam menyelesaikan masalah trigonometri, khususnya dalam menentukan nilai $\cos 150^\circ$. Analisis dilakukan berdasarkan Taksonomi Kesalahan Ashlock untuk mengidentifikasi dan mengklasifikasikan jenis kesalahan yang terjadi.

1. Deskripsi Pekerjaan Mahasiswa 1

Berikut ini adalah Gambaran visual pekerjaan siswa



Gambar 1. Tampilan Jawaban Siswa 1

Langkah-langkah yang dilakukan siswa dapat dideskripsikan sebagai berikut:

- 1) **Penggambaran Lingkaran dan Sudut:** Siswa memulai dengan menggambar sebuah lingkaran yang berpusat di titik asal (0,0) pada bidang koordinat. Sebuah garis ditarik dari titik asal yang membentuk sudut 150° dengan sumbu X positif, menunjuk ke suatu titik P pada lingkaran. Penggambaran ini secara visual menempatkan sudut 150° dengan benar di kuadran kedua sistem koordinat.
- 2) **Penentuan Titik dan Pembentukan Segitiga Referensi:** Siswa melabeli titik P dengan koordinat $(-x, y)$, yang secara konseptual benar mengingat posisi sudut di kuadran II (nilai x negatif, nilai y positif). Selanjutnya, siswa menurunkan garis tegak lurus dari titik P ke sumbu X, membentuk sebuah segitiga siku-siku di kuadran II. Sudut referensi yang terbentuk dengan sumbu X adalah $180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$
- 3) **Aplikasi Teorema Pythagoras untuk Menghitung Sisi Horizontal (OX):** Siswa kemudian melakukan perhitungan terpisah yang terlihat seperti aplikasi Teorema Pythagoras. Rumus yang digunakan adalah $OX^2 = OQ^2 - Oa^2$, yang menyiratkan OQ sebagai sisi miring (jari-jari lingkaran, r) dan Oa sebagai sisi vertikal (koordinat y). Asumsi implisit di sini adalah penggunaan lingkaran satuan ($r = 1$) dan pengetahuan bahwa segitiga yang terbentuk adalah segitiga sama sisi dimana mahasiswa melabel 60° disudut segitiganya, sehingga $Oa = 1$. Dari sini, siswa menghitung:

$$OX = \sqrt{r^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$$

2. Analisis Kesalahan Menggunakan Taksonomi Ashlock

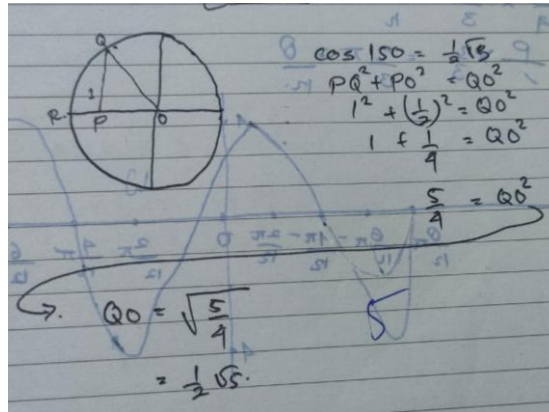
Berdasarkan deskripsi pekerjaan siswa, dapat diidentifikasi bahwa perhitungan untuk mendapatkan nilai magnitudo dari proyeksi horizontal (*sisi OX*) adalah benar, yaitu $\frac{1}{2}\sqrt{3}$. Ini menunjukkan bahwa siswa memiliki pemahaman tentang hubungan sisi dalam segitiga siku-siku dan mampu melakukan operasi aljabar yang diperlukan.

Namun, kesalahan krusial muncul pada tahap akhir interpretasi hasil. Siswa menyimpulkan nilai $\cos 150^\circ$ adalah $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ tanpa memperhatikan tanda. Menurut Taksonomi Kesalahan Ashlock, kesalahan ini dapat diklasifikasikan sebagai Kesalahan Konseptual (Conceptual Error). Sebuah kesalahan konseptual terjadi ketika siswa memiliki pemahaman yang tidak lengkap atau salah mengenai suatu konsep dasar dalam matematika. Dalam kasus ini:

- 1) **Pemahaman Parsial:** Siswa menunjukkan pemahaman yang benar tentang representasi geometris sudut 150° di kuadran kedua dan kemampuan untuk menghitung panjang sisi horizontal dari segitiga referensi. Ini mengindikasikan bahwa siswa memahami bahwa $\cos 150^\circ$ terkait dengan nilai OX dan besar sudut referensi 30° .
- 2) **Kurangnya Pemahaman Tanda Fungsi Trigonometri:** Kesalahan terletak pada ketidakmampuan untuk mengaitkan posisi sudut di kuadran kedua dengan tanda negatif dari fungsi kosinus. Meskipun ia telah menggambarkan titik P sebagai $(-x, y)$, mahasiswa gagal menerapkan konsep bahwa koordinat x di kuadran kedua adalah negatif, dan oleh karena itu, nilai $\cos 150^\circ$ harus negatif. Hal ini menunjukkan bahwa siswa belum sepenuhnya menginternalisasi konsep bahwa tanda fungsi trigonometri bergantung pada kuadran sudut, bukan hanya besar sudut referensinya. Siswa hanya fokus pada nilai numerik mutlak yang didapatkan dari perhitungan geometris, tanpa menghubungkannya kembali ke konteks posisi sudut di bidang Kartesius.

- 4) Kesalahan ini bukan kesalahan fakta (misalnya, salah nilai $\cos 30^\circ$) atau kesalahan prosedur (misalnya, salah dalam menghitung akar kuadrat), melainkan kesalahan dalam memahami dan menerapkan konsep yang lebih dalam tentang sifat fungsi trigonometri di berbagai kuadran. Hal ini sering terjadi karena siswa mungkin lebih fokus pada hafalan rumus atau nilai-nilai tertentu tanpa memahami prinsip-prinsip dasar yang melandasi perubahan tanda.

3. Deskripsi Pekerjaan Mahasiswa 2



Gambar 2. Tampilan Jawaban mahasiswa 2

Langkah-langkah yang dilakukan siswa dapat dideskripsikan sebagai berikut

- 1) **Penggambaran Lingkaran dan Segitiga:** Mahasiswa menggambar sebuah lingkaran. Di dalamnya, sebuah segitiga siku-siku digambar dan dilabeli dengan titik-titik P, Q, dan O (sebagai pusat lingkaran). Garis **OQ** diidentifikasi sebagai sisi miring, sementara **PQ** dan **PO** adalah sisi-sisi penyiku.
- 2) **Penerapan Teorema Pythagoras:** Siswa menuliskan persamaan yang mencerminkan Teorema Pythagoras: $PQ^2 + PO^2 = QO^2$.
- 3) **Substitusi Nilai dan Perhitungan:** Mahasiswa kemudian mensubstitusikan nilai ke dalam persamaan Pythagoras:
 - $\frac{1}{2}$ disubstitusikan untuk PQ^2 , menunjukkan asumsi panjang sisi $PQ = 1$.
 - $\left(\frac{1}{2}\right)^2$ disubstitusikan untuk PO^2 , menunjukkan asumsi panjang sisi $PO = \frac{1}{2}$.
 - Perhitungan selanjutnya adalah: $1 + \frac{1}{4} = QO^2$, $\frac{5}{4} = QO^2$, $QO = \sqrt{\frac{5}{4}}$, $QO = \frac{1}{2}\sqrt{5}$

4. Analisis Kesalahan Menggunakan Taksonomi Ashlock

Setelah mengamati dan mendeskripsikan pekerjaan siswa pada Gambar 2, dapat disimpulkan bahwa kesalahan yang dilakukan siswa adalah **Kesalahan Konseptual (Conceptual Error)** menurut Taksonomi Kesalahan Ashlock. Kesalahan ini menunjukkan pemahaman yang tidak lengkap atau miskonsepsi mengenai prinsip-prinsip matematis yang relevan untuk menyelesaikan masalah trigonometri ini. Beberapa poin yang mendukung klasifikasi ini adalah:

- 1) Ketidaktepatan dalam Pemilihan dan Aplikasi Konsep/Strategi:
 - o Soal yang diberikan adalah untuk menentukan $\cos 150^\circ$. Dalam konteks trigonometri lingkaran satuan, $\cos \theta$ didefinisikan sebagai koordinat x dari titik pada lingkaran satuan yang berkorespondensi dengan sudut θ . Oleh karena itu, strategi yang relevan adalah mengidentifikasi titik tersebut dan proyeksi x -nya.

- Namun, mahasiswa pada Gambar 2 memilih untuk menerapkan Teorema Pythagoras ($PQ^2 + PO^2 = QO^2$) dengan nilai-nilai 1 dan $\frac{1}{2}$ untuk sisi-sisi segitiga. Pemilihan nilai-nilai ini tidak memiliki dasar yang jelas atau relevansi langsung dengan sudut 150° . Tidak ada hubungan yang tampak antara panjang sisi $PQ = 1$ dan $PO = \frac{1}{2}$ dengan penentuan $\cos 150^\circ$.
 - Hasil dari perhitungan ini adalah $QO = \frac{1}{2}\sqrt{5}$, yang merupakan panjang sisi miring dari segitiga dengan sisi penyiku 1 dan $\frac{1}{2}$. Nilai ini sama sekali tidak berkaitan dengan $\cos 150^\circ$.
- 2) Kurangnya Pemahaman tentang Definisi Kosinus dan Konteks Masalah:
- Kesalahan ini menyoroti bahwa siswa tampaknya tidak sepenuhnya memahami apa yang dimaksud dengan $\cos 150^\circ$ dalam konteks geometris (koordinat x pada lingkaran satuan). Alih-alih mencari proyeksi horizontal dari sudut 150° , mahasiswa justru menghitung panjang sisi miring dari segitiga yang sepertinya dibuat secara arbitrer.
 - Ini menunjukkan bahwa siswa memiliki pengetahuan yang terfragmentasi. Ia mungkin mengenal Teorema Pythagoras dan konsep lingkaran, serta nilai-nilai umum yang muncul di trigonometri (seperti $\frac{1}{2}$), tetapi gagal mengintegrasikan pengetahuan ini secara koheren dan relevan untuk masalah yang dihadapi. Siswa tidak mampu mengaitkan operasi matematis yang dilakukan (perhitungan Pythagoras) dengan tujuan masalah (menentukan nilai kosinus sudut).
- 3) Ketidakmampuan Menggabungkan Konsep yang Berbeda:
- Siswa juga menampilkan grafik gelombang kosinus di bagian bawah kertas, menunjukkan adanya pengetahuan tentang representasi grafis fungsi trigonometri. Namun, tidak ada upaya yang dilakukan untuk menghubungkan grafik ini dengan perhitungan Pythagoras yang dilakukan di atasnya. Ini mengindikasikan bahwa konsep-konsep ini mungkin tersimpan secara terpisah dalam pikiran siswa dan belum terintegrasi menjadi pemahaman yang utuh.
- 4) Di sini, mahasiswa menunjukkan kesulitan dalam membangun model matematis yang tepat untuk masalah yang diberikan, dan gagal dalam memilih serta menerapkan konsep yang relevan. Hal ini merupakan indikator kuat adanya kesalahan konseptual yang memerlukan intervensi didaktik yang berfokus pada penguatan definisi dasar trigonometri, hubungan antara sudut dan koordinat pada lingkaran satuan, serta relevansi penerapan rumus dalam konteks yang berbeda.

5. Pembahasan

Dengan menggunakan Taksonomi Kesalahan Ashlock sebagai kerangka analisis, ditemukan bahwa mahasiswa mengalami berbagai bentuk kesalahan konseptual dalam menyelesaikan soal trigonometri, khususnya dalam menentukan nilai $\cos 150^\circ$. Temuan ini mengonfirmasi bahwa kesalahan konseptual masih menjadi salah satu tantangan utama dalam pembelajaran matematika tingkat perguruan tinggi, terutama dalam materi trigonometri.

Pada Gambar 1, mahasiswa menunjukkan pemahaman parsial yang cukup baik dalam merepresentasikan sudut 150° secara geometris pada lingkaran satuan. Ia mampu mengidentifikasi kuadran yang benar (kuadran II) dan membentuk segitiga referensi dengan sudut acuan 30° . Perhitungan terhadap nilai kosinus dari sudut referensi dilakukan dengan benar, termasuk penggunaan akar tiga dibagi dua ($\frac{1}{2}\sqrt{3}$), yang sesuai dengan karakteristik

segitiga $30^0 - 60^0 - 90^0$. Temuan ini menunjukkan bahwa mahasiswa memiliki keterampilan komputasi yang memadai dan memahami relasi antar sisi dalam segitiga istimewa (Maulidia & Jailani, 2017).

Namun, kesalahan krusial muncul pada tahap encoding atau penyajian akhir, ketika mahasiswa gagal memberi tanda negatif pada nilai $\cos 150^0$. Ini merupakan kesalahan konseptual, karena mahasiswa tidak berhasil mengaitkan posisi sudut di kuadran II (di mana nilai kosinus bernilai negatif) dengan hasil perhitungan. Menurut Ashlock (2010), kesalahan seperti ini mencerminkan kegagalan dalam menginternalisasi konsep, bukan sekadar kelalaian prosedural. Hal ini konsisten dengan temuan Radatz (1979), yang menegaskan bahwa miskonsepsi dapat terjadi meskipun prosedur hitung dijalankan secara benar, karena pemahaman dasar terhadap konsep yang mendasari prosedur tersebut masih lemah.

Berbeda dengan Gambar 1, pekerjaan mahasiswa pada Gambar 2 menunjukkan bentuk kesalahan konseptual yang lebih mendasar. Meskipun soal yang dihadapi sama $\cos 150^0$, mahasiswa memilih strategi penyelesaian yang tidak relevan, yaitu menerapkan Teorema Pythagoras pada pasangan bilangan yang tidak terkait langsung dengan struktur geometri soal. Kesalahan ini menunjukkan bahwa mahasiswa tidak hanya gagal memilih strategi yang tepat, tetapi juga tidak memahami makna kosinus sebagai proyeksi horizontal pada lingkaran satuan, sebagaimana dijelaskan dalam pembelajaran trigonometri berbasis koordinat (Prayitno, 2019).

Dari kasus ini, terlihat bahwa mahasiswa: Gagal memilih strategi yang sesuai: Tidak memahami bahwa $\cos(150^0)$ bukanlah persoalan panjang sisi segitiga secara umum, tetapi representasi posisi titik pada lingkaran satuan. Tidak mampu mengintegrasikan konsep-konsep: Pengetahuan mengenai lingkaran satuan, kuadran, Teorema Pythagoras, dan fungsi kosinus tampak terpisah-pisah dan tidak saling mendukung. Ini mendukung temuan Bransford et al. (2000) yang menyatakan bahwa pemahaman yang dangkal dan terfragmentasi cenderung menghasilkan kesalahan transfer konsep. Tidak memahami inti pertanyaan: Mahasiswa tampaknya belum memiliki gambaran mental bahwa $\cos(150^0)$ mewakili nilai koordinat-x dari titik pada lingkaran satuan.

Implikasi Temuan

Kedua kasus tersebut menunjukkan bahwa tantangan terbesar dalam pembelajaran trigonometri bukanlah kemampuan komputasi, tetapi pemahaman konseptual. Kesalahan pada Gambar 1 menggambarkan bahwa pemahaman akan tanda fungsi trigonometri berdasarkan kuadran sering diabaikan dalam pengajaran yang terlalu fokus pada hafalan nilai sudut istimewa. Hal ini sejalan dengan temuan Widodo & Junaedi (2015), yang menunjukkan bahwa banyak siswa gagal memahami perubahan tanda fungsi trigonometri karena tidak diajak merefleksikan makna geometrisnya.

Kesalahan pada Gambar 2 menunjukkan masalah yang lebih serius, yaitu ketidakmampuan dalam menghubungkan konsep dan memilih pendekatan penyelesaian yang relevan. Dalam hal ini, mahasiswa menunjukkan bahwa konsep trigonometri yang mereka miliki belum terorganisasi secara logis. Ashlock (2010) menekankan bahwa kesalahan semacam ini sering bersumber dari pengajaran yang terlalu menekankan pada manipulasi simbol tanpa memperkuat pengertian konsep yang mendasarinya.

Secara keseluruhan, temuan ini menggarisbawahi bahwa intervensi didaktik yang bersifat konseptual sangat dibutuhkan. Guru dan dosen harus mengarahkan pembelajaran tidak hanya pada prosedur dan rumus, tetapi juga pada pembentukan koneksi antar konsep, penggunaan lingkaran satuan sebagai model visual, serta analisis posisi sudut dan tandanya secara reflektif dan berulang. Pendekatan ini akan membantu mahasiswa membangun pemahaman yang lebih kohesif, dan menghindari kesalahan konseptual yang serupa di masa mendatang.

Secara operasional, pengembangan intervensi dapat dilakukan melalui penerapan pembelajaran berbasis representasi multipel, yang menggabungkan representasi visual

(lingkaran satuan), simbolik (rumus fungsi trigonometri), verbal (penjelasan konsep tanda berdasarkan kuadran), dan kontekstual (masalah nyata yang melibatkan sudut tidak lancip). Misalnya, mahasiswa dapat diminta menyusun peta konsep yang mengaitkan sudut, kuadran, sudut referensi, dan tanda fungsi trigonometrinya secara eksplisit. Selain itu, kegiatan seperti eksplorasi interaktif menggunakan GeoGebra untuk menggeser sudut pada lingkaran satuan dapat membantu mahasiswa secara langsung melihat perubahan nilai kosinus seiring berpindahnya sudut dari kuadran I ke kuadran II. Pendekatan ini telah terbukti efektif dalam mengurangi miskonsepsi dan meningkatkan pemahaman konseptual siswa, sebagaimana dilaporkan oleh Rosita & Kusaeri (2020), yang menemukan bahwa penggunaan visualisasi dinamis dapat memperbaiki pemahaman mahasiswa terhadap sifat-sifat fungsi trigonometri. Dengan demikian, pembelajaran berbasis aktivitas reflektif dan integratif semacam ini sangat dianjurkan dalam pengajaran trigonometri di pendidikan tinggi.

D. Kesimpulan

Analisis terhadap pekerjaan mahasiswa dalam menentukan nilai $\cos 150^\circ$ menunjukkan adanya kesalahan konseptual yang signifikan. Pada Gambar 1, mahasiswa mampu melakukan perhitungan magnitudo yang benar tetapi gagal menerapkan tanda negatif yang sesuai untuk kosinus di kuadran kedua. Ini menunjukkan pemahaman yang tidak lengkap tentang aturan tanda trigonometri.

Sementara itu, pada Gambar 2, mahasiswa menunjukkan kegagalan yang lebih mendasar dengan memilih strategi penyelesaian yang sama sekali tidak relevan untuk soal tersebut. Mahasiswa menggunakan Teorema Pythagoras dengan nilai-nilai yang tidak memiliki kaitan logis dengan definisi kosinus, mengindikasikan fragmentasi pengetahuan dan kesulitan dalam mengintegrasikan konsep-konsep matematis secara koheren.

Secara keseluruhan, kesalahan-kesalahan ini menggarisbawahi perlunya pengajaran trigonometri yang lebih fokus pada pemahaman konseptual yang mendalam, bukan hanya hafalan prosedur atau nilai. Intervensi didaktik harus diarahkan untuk memperkuat definisi dasar, hubungan sudut-kuadran-tanda, dan kemampuan mahasiswa dalam memilih strategi pemecahan masalah yang relevan.

DAFTAR PUSTAKA

- Ashlock, R. B. (2010). *Error patterns in computation: Using error patterns to improve instruction* (10th ed.). Pearson Education.
- Bransford, J. D., Brown, A. L., & Cocking, R. R. (2000). *How people learn: Brain, mind, experience, and school*. National Academy Press.
- Creswell, J. W. (2014). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (4th ed.). SAGE Publications.
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1-2), 103–131.
<https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z>



- Maulidia, R., & Jailani. (2017). Analisis kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal trigonometri berdasarkan Newman's Error Analysis. *Jurnal Riset Pendidikan Matematika*, 4(2), 214–226. <https://doi.org/10.21831/jrpm.v4i2.15053>
- Prayitno, H. (2019). Kesulitan siswa dalam menyelesaikan soal trigonometri berdasarkan teori Bruner. *Prosiding Seminar Nasional Pendidikan Matematika*, 2(1), 55–61.
- Radatz, H. (1979). Error analysis in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 10(3), 163–172. <https://doi.org/10.2307/748804>
- Rosita, D., & Kusaeri, K. (2020). Penggunaan GeoGebra untuk meningkatkan pemahaman konseptual trigonometri mahasiswa calon guru. *Jurnal Riset Pendidikan Matematika*, 7(1), 56–68. <https://doi.org/10.21831/jrpm.v7i1.28090>
- Sutawijaya, A. (2018). Pentingnya penguasaan trigonometri dalam pengembangan sains dan teknologi. *Jurnal Pendidikan dan Sains*, 6(1), 23–30.
- Widodo, S. A., & Junaedi, J. (2015). Kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal trigonometri. *Infinity Journal*, 4(2), 111–122. <https://doi.org/10.22460/infinity.v4i2.p111-122>

