Proximal: Jurnal Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika
ISSN 26158132 (cetak)
ISSN 26157667 (online)

PEMODELAN RUTE PERJALANAN KAPAL MOTOR BUKIT SIGUNTANG MENGGUNAKAN *PETRI NET*

Nurul Fuady Adhalia H[1], Aditya Putra Pratama[2], Rifaldy Atlant Tungga[3], Ibnu Mansyur Hamdani[4], Anrian Bin Akkas[5]
Program Studi Matematika, Institut Teknologi Bacharuddin Jusuf Habibie [1,3,5]
Program Studi Matematika, Institut Teknologi Kalimantan [2]
Program Studi Teknik Perawatan Mesin, Akademi Komunitas Industri Manufaktur Bantaeng [4]
Email: nurulfuady@ith.ac.id[1], adityapp@lecturer.itk.ac.id[2], rifaldyatlantt@ith.ac.id[3], ibnumansyur@akom-bantaeng.ac.id[4], anrianakkas@gmail.com[5]

Coressponding Author: Nurul Fuady Adhalia H **email:** nurulfuady@ith.ac.id

Abstrak. Transportasi maritim memegang peranan krusial dalam menghubungkan wilayah kepulauan seperti Indonesia. Kompleksitas perencanaan rute kapal penumpang, terutama yang melibatkan banyak Pelabuhan dan jadwal dinamis, memerlukan alat pemodelan yang efektif. Penelitian ini bertujuan untuk memodelkan rute KM. Bukit Siguntang Balikpapan-Tarakan-Nunukan-Balikpapan menggunakan *Petri net*, mengisi celah penelitian yang belum secara spesifik membahas pemodelan rute kapal penumpang dengan metode ini. Rute dimodelkan menggunakan sejumlah *place* dan transisi. *Place* merepresentasikan lokasi geografis atau status perjalanan, sementara transisi merepresentasikan pergerakan atau kejadian yang menyebabkan perubahan lokasi atau status kapal. Hasil analisis menunjukkan bahwa model tergolong terbatas (*bounded*) yang mengimplikasikan batasan pada keberadaan token dalam sistem. Kontribusi utama penelitian ini adalah penyediaan representasi formal dan terstruktur dari rute kapal penumpang menggunakan *Petri net*. Hal ini berpotensi meningkatkan visualisasi dan analisis rute serta menjadi landasan pengembangan model yang lebih kompleks untuk optimasi transportasi laut.

Kata Kunci: ***Petri net*, Rute Kapal Penumpang, Transportasi Laut, Keterbatasan, Visualisasi Rute**

Abstract. Maritime transportation plays a crucial role in connecting archipelagic regions such as Indonesia. The complexity of passenger ship route planning, especially involving multiple ports and dynamic schedules, necessitates effective modelling tools. This research aims to model the route of KM. Bukit Siguntang Balikpapan-Tarakan-Nunukan-Balikpapan using Petri net, addressing a research gap that has not specifically discussed passenger ship route modeling with this method. The route is modeled using a number of places and transitions. Places represent geographical locations or travel statuses, while transitions represent movements or events that cause changes in the location or status of the ship. The analysis results show that the model is bounded, implying limitations on the existence of tokens within the system. The main contribution of this research is providing a formal and structured representation of a passenger ship route using Petri net. This has the potential to enhance route visualization and analysis, as well as serve as a foundation for developing more complex models for maritime transport optimization.

Keywords: **Petri net, Passenger Ship Route, Maritime Transportation, Boundedness, Route Visualization**

A. Pendahuluan

Transportasi maritim memainkan peran penting dalam menghubungkan pulau-pulau dan memfasilitasi mobilisasi orang dan barang, terutama di negara-negara kepulauan seperti Indonesia (Adhalia H dkk., 2023). Pengoperasian sistem transportasi laut yang efisien dan aman sangat penting untuk mendukung pertumbuhan ekonomi, pembangunan sosial, dan konektivitas regional. Di daerah seperti Parepare, transportasi maritim merupakan urat nadi bagi masyarakat setempat, menyediakan akses ke layanan penting, pasar, dan beragam peluang lainnya.

CC BY SA

Kompleksitas sistem transportasi maritim menimbulkan tantangan yang signifikan untuk perencanaan rute, penjadwalan, dan manajemen. Rute kapal penumpang, khususnya melibatkan beberapa pelabuhan, jadwal yang bervariasi, dan kondisi lingkungan yang dinamis, menjadi sangat penting dalam mengembangkan alat pemodelan dan analisis yang efektif untuk mengoptimalkan perencanaan rute dan memastikan operasi yang aman dan efisien.

Penelitian-penelitian terkait kapal penumpang telah dilakukan dalam berbagai aspek, seperti (Ntaoularis dkk., 2023) membahas model elemen hingga dengan ketelitian tinggi dari kasus kapal penumpang aluminium 16,5 meter untuk mengungkapkan distribusi tegangan yang mendetail, mengevaluasi hasil, dan mendefinisikan kriteria penerimaan sehubungan dengan batas tegangan yang diizinkan untuk analisis struktur statis. Ruang parameter dan pengurangan orde model untuk optimasi kapal penumpang menggunakan proses *Proper Orthogonal Decomposition* (POD) dan Gaussian juga telah dilakukan oleh (Rozza dkk., 2023). (Li dkk., 2024) mengembangkan model optimasi multi-kriteria untuk meningkatkan pengaturan evakuasi, yang secara signifikan mengurangi waktu evakuasi pada kapal penumpang. Namun, belum ada penelitian yang secara spesifik membahas tentang pemodelan rute kapal penumpang menggunakan *Petri net*. Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk mengisi celah penelitian tersebut menggunakan model rute kapal penumpang yang efektif dan efisien menggunakan *Petri net*.

Penelitian terkait pemodelan menggunakan *Petri net* telah banyak dilakukan, seperti: pemodelan rantai pasok barang mudah rusak menggunakan *Petri net* (Bhardwaj dkk., 2024), pemodelan interaksi pengguna robot menggunakan *Colored Petri net* (Yankson & Almaeeni, 2023), *Continuous timed Petri net* untuk model hibrida arus lalu lintas (Ferreira & and Neves, 2021), pemodelan instalasi pengolahan air menggunakan *timed Continuous Petri net* (Adhalia H dkk., 2017), serta *Hybrid Petri net* yang diterapkan pada pemodelan proses metalurgi (Ren & Bao, 2016). Penelitian-penelitian tersebut menunjukkan bahwa *Petri net* memiliki kemampuan dalam merepresentasikan sistem kompleks dan dinamis, serta dapat digunakan untuk menganalisis dan memodelkan berbagai jenis sistem. Dengan demikian, *Petri net* dapat menjadi alat yang efektif untuk memodelkan rute kapal penumpang yang juga memiliki kompleksitas dan dinamika yang tinggi.

Penelitian ini bertujuan untuk memodelkan rute kapal penumpang menggunakan *Petri net* dalam memberikan representasi formal dan terstruktur dari rute dan dinamika yang terkait. Penelitian ini memberikan manfaat signifikan berupa tersedianya visualisasi dan analisis rute kapal yang lebih baik, pemahaman mendalam terkait dinamika rute, dan terbukanya peluang untuk pengembangan model yang lebih kompleks di masa mendatang. Penerapan *Petri net* dalam memodelkan rute kapal penumpang dapat berkontribusi pada pengembangan sistem transportasi laut yang lebih efisien dan aman.

Penelitian ini mengikuti langkah-langkah: (1) membangun kerangka teoretis mengenai *Petri net* dan rute kapal, (2) mengembangkan model *Petri net* untuk rute perjalanan Kapal Motor (KM) Bukit Siguntang, (3) menganalisis model, serta (4) menyajikan kesimpulan yang merangkum temuan utama. Artikel disusun dengan kerangka teori pada Bagian 2, diikuti oleh pemodelan dan analisis model pada Bagian 3, dan diakhiri dengan kesimpulan pada Bagian 4.

B. Kerangka Teori

Bab ini menyajikan landasan teoretis yang mendasari penelitian mengenai pemodelan rute perjalanan kapal penumpang menggunakan *Petri net*. Pembahasan mencakup konsep dasar *Petri net*, representasi *Petri net* menggunakan matriks, serta konsep rute perjalanan kapal penumpang.

1. *Petri Net*

Carl Adam Petri mengenalkan *Petri net* pada awal tahun 1960-an sebagai sebuah kerangka kerja untuk memvisualisasikan sistem diskrit yang berbasis kejadian. *Petri net*

CC BY SA

menawarkan beberapa keunggulan dalam konteks pemodelan sistem diskrit. *Petri net* menyediakan notasi grafis yang intuitif dan formal, memungkinkan visualisasi yang jelas mengenai aliran proses dan interaksi antar komponen (Heyduk, 2020). Kemampuan *Petri net* untuk merepresentasikan konkurensi dan sinkronisasi menjadikannya sangat cocok untuk sistem kompleks dengan alur paralel, seperti rute transportasi atau proses manufaktur (Yang dkk., 2024). Adanya teori dan alat analisis formal seperti: *boundedness*, *reachability*, *liveness*, P-*invariant*, T-*invariant*, juga memungkinkan verifikasi sifat-sifat kritis sistem secara matematis yang tidak selalu mudah dilakukan menggunakan metode lain (Reisig, 2013). Keungulan ini menjadikan *Petri net* sebagai pilihan yang *robust* dalam memodelkan dinamika rute perjalanan kapal penumpang yang melibatkan berbagai status dan pergerakan. Model *Petri net* terdiri dari beberapa komponen untuk merepresentasikan elemen sistem, yakni:

a. *place* menggambarkan kondisi atau keadaan sistem, seperti Lokasi atau status tertentu;
b. transisi merepresentasikan suatu kejadian (*event*) atau aktivitas yang menyebabkan perubahan keadaan sistem; dan
c. *arc* busur berarah yang menghubungkan *place* ke transisi atau transisi ke *place*, yang menunjukkan adanya aliran atau hubungan kausalitas dalam sistem.

Prasyarat agar kejadian itu dapat berlangsung adalah terpenuhinya keadaan-keadaan tertentu, yang diwakili oleh *place* sebagai *input* dari transisi. Bila sebuah transisi di-*fire* (suatu kejadian (*event*) terjadi) maka keadaan sistem akan berubah. Perubahan ini tercermin pada *place* sebagai *output* dari transisi.

Definisi 1.1 (Subiono, 2017)**:** *Petri net* didefinisikan sebagai 4-tuple (P, T, A, w) yang terdiri dari:

a. P: himpunan terbatas dari *place*, dinotasikan sebagai $P = \{p_1, p_2, \cdots, p_n\}$,
b. T: himpunan terbatas dari transisi, dinotasikan sebagai $T = \{t_1, t_2, \cdots, t_m\}$,
c. himpunan *arc* $A \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$ yang merupakan subset dari gabungan antara *place* dan transisi dengan transisi dan *place*, serta
d. fungsi bobot $w: A \to \{1,2,3, \cdots\}$ yang memetakan setiap *arc* ke bilangan bulat positif.

Petri net direpresentasikan secara grafis sebagai graf berarah yang *node*-nya terdiri dari elemen himpunan *place* (P) dan transisi (T). Representasi grafis ini memungkinkan adanya beberapa *arc* di antara dua *node*, atau ekuivalennya, pemberian bobot pada setiap *arc* untuk menunjukkan multiplisitasnya, membentuk struktur multigraf. Notasi $I(t_j)$ digunakan untuk mengidentifikasi himpunan *place input* bagi transisi t_j dan $O(t_j)$ untuk himpunan *place output* dari transisi tersebut yang dapat dituliskan:

$$I(t_j) = \{p_i : (p_i, t_j) \in A\}$$
$$O(t_j) = \{p_i : (t_j, p_i) \in A\} \quad (1)$$

Notasi serupa dapat diterapkan untuk menggambarkan *input* dan *output* transisi yang berhubungan dengan sebuah *place* p_i:

$$I(p_i) = \{t_j : (t_j, p_i) \in A\}$$
$$O(p_i) = \{t_j : (p_i, t_j) \in A\} \quad (2)$$

2. Representasi *Petri Net*

Bagian ini mengkaji representasi *Petri net* dalam bentuk matriks. Representasi ini melibatkan dua matriks berdimensi $n \times m$ ($n =$ jumlah *place*, $m =$jumlah transisi) dengan entri matriksnya berupa bilangan bulat tak negatif. Kedua matriks ini secara konseptual paralel dengan definisi *place input* dan *output* yang dijelaskan dalam Persamaan (1) dan (2) sebelumnya. Matriks pertama adalah matriks *backward incidence* yang merepresentasikan hubungan antara *place* dan transisi di mana *place* menjadi *input* bagi transisi. Elemen pada

CC BY SA

matriks *backward incidence* mencerminkan bobot *arc* yang menghubungkan *place* ke transisi. Matriks ini sering dilambangkan sebagai A_b.

Matriks kedua adalah matriks *forward incidence*, yang merepresentasikan hubungan antara transisi dan *place* di mana *place* menjadi *output* dari transisi. Representasi bobot *arc* dari transisi ke *place* menggunakan matriks *forward incidence*. Matriks ini biasa dilambangkan sebagai A_f. Jika tidak terdapat *arc* yang menghubungkan *place* ke transisi ataupun transisi ke *place* maka bobot *arc* bernilai nol.

Definisi 2.1 (Subiono, 2017)**:** *Petri net* direpresentasikan oleh matriks *backward* (*forward*) *incidence* berdimensi $n \times m$. Elemen $A_b(i,j)$ didefinisikan sebagai $w(p_i, t_j)$ dan $A_f(i,j)$ didefinisikan sebagai $w(t_j, p_i)$.

Definisi 2.2 (Subiono, 2017)**:** Hubungan antara *place* dan transisi dalam *Petri net* direpresentasikan oleh *combined incidence* atau matriks *incidence*. Matriks *incidence* merupakan hasil pengurangan matriks *backward* dan *forward incidence*, $A = A_f - A_b$.

Matriks *incidence* secara langsung menunjukkan perubahan jumlah token di setiap *place* akibat pem-*fire*-an setiap transisi.

Contoh 2.1: Diberikan matriks *backward* dan *forward incidence* sebagai berikut:

$$A_f = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ dan } A_b = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Diperoleh matriks *incidence*:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

3. Rute Perjalanan Kapal Penumpang

Penelitian ini mengkaji penjadwalan rute perjalanan kapal penumpang jenis kapal motor yang dikelola oleh PT. Pelayaran Nasional Indonesia (PELNI). Tiga kapal motor yang dioperasikan oleh PELNI pada rute yang relevan adalah KM. Bukit Siguntang, KM. Egon, dan KM. Lambelu. KM. Bukit Siguntang, yang dibangun pada tahun 1996 oleh Meyer Werft di Papenberg, Jerman, dan terdaftar di Pelabuhan Palembang dengan kapasitas 2003 penumpang, menjadi fokus utama dalam penelitian ini. KM. Bukit Siguntang memiliki rute terpanjang, yakni Makassar, Maumere, Lewoleba, Kupang, Balikpapan, Tarakan, Nunukan, Parepare. Kecepatan kapal ini 22.23 knot dengan panjang 146 meter dan lebar 23 meter (Anonim, 2024). Penelitian ini secara spesifik menganalisis rute Balikpapan, Tarakan, dan Nunukan. Rute ini dipilih untuk studi mendalam mengenai pemodelan rute perjalanan kapal penumpang menggunakan *Petri net*.

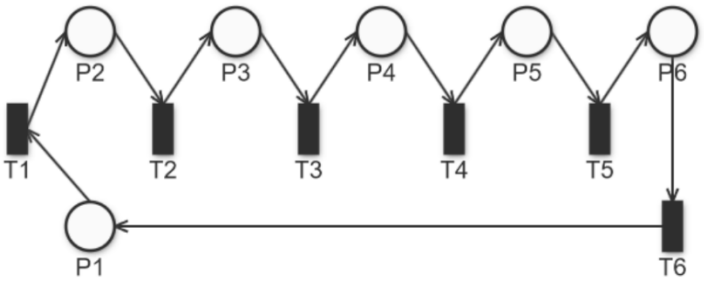
C. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Bab ini menyajikan hasil dari pemodelan rute perjalanan kapal penumpang Balikpapan, Tarakan, dan Nunukan menggunakan *Petri net*. Deskripsi model meliputi identifikasi elemen *Petri net* yang merepresentasikan komponen rute, visualisasi model dalam bentuk diagram grafis dan matriks *incidence*.

1. Deskripsi Model *Petri Net*

Subbab ini menyajikan deskripsi model *Petri net* yang dikembangkan untuk merepresentasikan rute perjalanan kapal penumpang dari Balikpapan-Tarakan-Nunukan-Balikpapan. Model ini diilustrasikan pada Gambar 1. Model ini terdiri dari sejumlah *place* dan transisi. *Place* merepresentasikan lokasi geografis atau status perjalanan dan transisi merepresentasikan pergerakan atau kejadian yang menyebabkan perubahan lokasi atau status kapal.

CC BY SA



Gambar 1 *Petri Net* Rute Perjalanan KM. Bukit Siguntang

Model *Petri net* untuk rute perjalanan KM. Bukit Siguntang direpresentasikan secara grafis menggunakan diagram yang terdiri dari lingkaran dan persegi panjang yang saling terhubung oleh busur berarah. Lingkaran merepresentasikan *place* sementara persegi panjang merepresentasikan transisi. Diagram terdiri dari 6 (enam) *place* dan 6 (enam) transisi.

Merujuk rute perjalanan KM Bukit Siguntang dan skema pada Gambar 1, elemen-elemen *place* (Pn) dan transisi (Tm) diidentifikasi sebagai berikut:

a. P1 merepresentasikan keberadaan kapal di Pelabuhan Balikpapan. *Place* ini menjadi titik awal dan akhir siklus perjalanan yang dimodelkan
b. P2 merepresentasikan status kapal yang sedang dalam perjalanan dari Balikpapan menuju Tarakan
c. P3 merepresentasikan keberadaan kapal di Pelabuhan Tarakan
d. P4 mereprsentasikan status kapal yang sedang dalam perjalanan dari Tarakan menuju Nunukan
e. P5 merepresentasikan keberadaan kapal di Pelabuhan Nunukan
f. P6 merepresentasikan status kapal yang sedang dalam perjalanan dari Nunukan Kembali menuju Balikpapan
g. T1 merepresentasikan keberangkatan kapal dari Pelabuhan Balikpapan menuju Tarakan
h. T2 merepresentasikan kedatangan kapal di Pelabuhan Tarakan setelah berlayar dari Balikpapan
i. T3 merepresentasikan keberangkatan kapal dari Pelabuhan Tarakan menuju Nunukan
j. T4 merepresentasikan kedatangan kapal di Pelabuhan Nunukan setelah berlayar dari Tarakan
k. T5 merepresentasikan keberangkatan kapal dari Pelabuhan Nunukan kembali menuju Balikpapan
l. T6 merepresentasikan kedatangan kapal kembali di Pelabuhan Balikpapan setelah berlayar dari Nunukan

2. Analisis Model

Representasi matematis model *Petri net* dalam bentuk matriks *incidence* memberikan perspektif lain mengenai struktur dan dinamika sistem. Matriks *backward* dan *forward incidence* dari *Petri net* pada Gambar 1 diperoleh sebagai berikut:

$$A_f = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ dan } A_b = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

CC BY SA

Merujuk matriks *backward* dan *forward incidence* didapatkan matriks *incidence*:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Jika terdapat *arc* berbobot w dari *place* Pn ke transisi Tm maka elemen matriks *incidence* bernilai $-w$ atau 0. Hal ini menunjukkan terjadi pengurangan token dari *place* Pn ketika transisi Tm di-*fire*. Jika terdapat *arc* berbobot w dari transisi Tm ke *place* Pn maka elemen matriks *incidence* bernilai $+w$ atau 0. Hal ini menunjukkan terjadi penambahan token ke *place* Pn ketika transisi Tm di-*fire*. Entri matriks bernilai 0 ketika tidak ada *arc* yang menghubungkan langsung antara *place* Pn ke transisi Tm.

Model *Petri net* ini tergolong terbatas (*bounded*) yang berarti jumlah token di setiap *place* akan selalu terbatas pada setiap *marking* yang dapat dicapai. Ini berarti bahwa dalam simulasi atau operasional sistem yang dimodelkan, tidak akan terjadi akumulasi token yang tak terbatas di salah satu pelabuhan atau status perjalanan. Model ini bersifat terbatas didasarkan pada dua alasan utama:

a. Model *Petri net* pada Gambar 1 diklasifikasikan sebagai *state machine*. Sebuah *Petri net* diklasifikasikan sebagai *state machine* jika setiap transisi memiliki tepat satu *input place* dan tepat satu *output place*. *State machine* selalu bersifat *bounded* karena setiap transisi di-*fire* hanya memindahkan token dari satu *place* ke *place* lain tanpa menciptakan token baru secara berlebihan (Gu dkk., 2020). Sebagai contoh, transisi T1 memiliki *input place* P1 dan *output place* P2. Adapun transisi T2 memiliki *input place* P2 dan *output place* P3.
b. Model *Petri net* ini memiliki P-*invariant* $p = [1,1,1,1,1,1]^T$ yang mencakup seluruh himpunan *place*. P-*invariant* ini secara matematis memenuhi persamaan $p \cdot A = 0$ yang mengindikasikan bahwa jumlah total token dalam sistem adalah konstan. (Liu Jun-xian dkk., 2007; Wojnakowski dkk., 2024) menjelaskan bahwa keberadaan P-*invariant* yang positif untuk semua *place* dengan *marking* awal yang terbatas merupakan kondisi yang cukup untuk menjamin *boundedness* sebuah *Petri net*.

Sifat *boundedness* pada rute perjalanan Balikpapan-Tarakan-Nunukan-Balikpapan ini memiliki implikasi praktis, yakni memastikan bahwa sistem transportasi yang dimodelkan akan selalu berada dalam kondisi stabil. Tidak akan ada skenario di mana suatu kondisi terus-menerus mengumpulkan token tanpa batas, yang secara praktis diinterpretasikan sebagai penumpukan kapal atau penumpang yang tidak terkendali di suatu pelabuhan, atau kondisi *deadlock* yang tidak teratasi.

3. Keterbatasan Model

Model *Petri net* yang dikembangkan dalam penelitian ini berhasil memberikan representasi formal dan terstruktur mengenai dinamika rute perjalanan KM. Bukit Siguntang. Beberapa keterbatasan inheren yang perlu dipertimbangkan untuk pengembangan model di masa mendatang. Pertama, model ini bersifat teoritis dan belum diuji dengan data operasional nyata. Validasi model menggunakan data jadwal aktual, data historis pergerakan kapal, atau melalui simulasi berbasis waktu nyata akan sangat krusial untuk mengonfirmasi akurasi dan relevansi model dalam skenario dunia nyata. Kedua, keterbatasan dalam merepresentasikan aspek temporal secara eksplisit. Model dasar ini belum mengintegrasikan durasi waktu yang dibutuhkan untuk setiap transisi, seperti: waktu perjalanan antar pelabuhan, lamanya kapal

bersandar, ataupun waktu tunggu. Hal ini berdampak pada model tidak dapat digunakan untuk penjadwalan waktu nyata yang presisi atau analisis optimalisasi berbasis waktu yang komprehensif, serta perencanaan sumber daya berbasis waktu menjadi kurang akurat.

D. Kesimpulan

Penelitian ini berhasil memodelkan rute perjalanan kapal penumpang Balikpapan-Tarakan-Nunukan-Balikpapan menggunakan *Petri net*. *Petri net* yang dimodelkan terdiri dari sejumlah *place* yang merepresentasikan lokasi geografis pelabuhan atau status perjalanan serta sejumlah transisi yang merepresentasikan pergerakan atau kejadian yang menyebabkan perubahan lokasi atau status kapal. Hasil analisis menunjukkan bahwa model ini bersifat *bounded* yang mengimplikasikan batasan keberadaan satu token pada setiap lokasi atau status perjalanan, yang menjamin kestabilan dan prediktabilitas operasional sistem yang dimodelkan.

Merujuk keterbatasan model yang telah diidentifikasi, saran untuk penelitian selanjutnya dapat mencakup pengembangan model ke jenis *Petri net* lainnya, seperti: *Timed Petri Net* agar dapat menganalisis aspek penjadwalan dan waktu tempuh antar pelabuhan mengingat keterbatasan *Petri net* dalam merepresentasikan aspek temporal. Penggunaan *Colored Petri Net* juga dapat dieksplorasi untuk memodelkan kapasitas penumpang dan perbedaan karakteristik kapal. Kehadiran model yang lebih komprehensif berpotensi menjadi alat bantu visualisasi alur perjalanan yang efektif dan dasar untuk perencanaan rute yang lebih optimal bagi PT. Pelayaran Nasional Indonesia (PELNI) maupun pihak terkait lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

Adhalia H, N. F., Pratama, A. P., Fajri S, A., Miftahulkhairah, Amal, M. I., Tahir, S. R., & Bayu. (2023). Simulating the Departure of Egon Passenger Motorship Using uncertain Max Plus Linear. *The 5th International Conference on Statistics, Mathematics, Teaching and Research*, *2023*(Icsmtr), 138–144. https://doi.org/10.2991/978-94-6463-332-0_16

Adhalia H, N. F., Subiono, & Adzkiya, D. (2017). Modeling of Water Treatment Plant using Timed Continuous Petri Nets. *AIP Conference Proceedings*, *1867*(1), 020066. https://doi.org/10.1063/1.4994469

Anonim. (2024, April 27). *KM Bukit Siguntang*. Wikipedia. https://id.wikipedia.org/wiki/KM_Bukit_Siguntang

Bhardwaj, M., Venaik, A., & Garg, P. S. (2024). Visualizing Perishable Product Supply Chain Using Petri Net Modeling. Dalam S. K. Sharma, Y. K. Dwivedi, B. Metri, B. Lal, & A. Elbanna (Ed.), *Transfer, Diffusion and Adoption of Next-Generation Digital Technologies* (hlm. 252–262). Springer Nature Switzerland. https://doi.org/10.1007/978-3-031-50192-0_22

Ferreira, C., & and Neves, L. C. (2021). Macro Modelling of Traffic Flow using Continuous timed Petri Nets. *Transportation Planning and Technology*, *44*(5), 503–523. https://doi.org/10.1080/03081060.2021.1927304

CC BY SA

Gu, C., Li, Z., & Giua, A. (2020). Analysis of Behavioural Properties of Bounded Petri Nets With a Semi-Structural Approach. *2020 59th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, 4467–4472. https://doi.org/10.1109/CDC42340.2020.9303795

Heyduk, A. (2020). Petri Networks for Mechanized Longwall System Simulation. Dalam *Advances in Intelligent Systems and Computing* (Vol. 1196, hlm. 307–318). Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-50936-1_27

Li, Y., Xiao, Q., Gu, J., Cai, W., & Hu, M. (2024). Modeling and Solving Passenger Ship Evacuation Arrangement Problem. *Reliability Engineering & System Safety*, *246*, 110075. https://doi.org/10.1016/j.ress.2024.110075

Liu Jun-xian, Jiang Zhi-ping, & Luo Xue-shan. (2007). Property Analysis of The P-invariants in Synthesis Processes of Petri Net Systems. *Systems Engineering and Electronics*, *8*, 1349–1352.

Ntaoularis, P., Silionis, N., & Anyfantis, K. (2023, Maret 7). High Fidelity Finite Element Modeling of Complex Ship Structures: The Particular Case of a Passenger Vessel. *SNAME 8th International Symposium on Ship Operations, Management and Economics*. https://doi.org/10.5957/SOME-2023-024

Reisig, W. (2013). *Understanding Petri Nets* (1 ed.). Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-642-33278-4

Ren, Y., & Bao, H. (2016). Modeling and Simulation of Metallurgical Process Based on Hybrid Petri Net. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, *157*(1), 012018. https://doi.org/10.1088/1757-899X/157/1/012018

Rozza, G., Tezzele, M., & Fabris, L. (2023, November 22). Parameter Space and Model Order Reduction for The Structural Optimization of Passenger Ships. *10th Conference on Computational Methods in Marine Engineering (Marine 2023)*. https://doi.org/10.23967/marine.2023.115

Subiono. (2017). *Aljabar Min-Max Plus dan Terapannya*. https://www.its.ac.id/matematika/wp-content/uploads/sites/42/2018/08/Buku-Min-Max-Plus-2015-Subiono.pdf

Wojnakowski, M., Wiśniewski, R., & Popławski, M. (2024). Bounded and Place Invariant-Covered Petri Nets for Cyber-Physical Systems Specification. *AIP Conference Proceedings*, 060001. https://doi.org/10.1063/5.0193168

Yang, X., Guo, S., Xiang, D., Yang, Y., & Chen, Y. (2024). Improved Design of Concurrent Synchronization System Controller Based on Petri Net. *Journal of Web Engineering*, *22*(7), 961–982. https://doi.org/10.13052/jwe1540-9589.2272

Yankson, B., & Almaeeni, F. (2023). Social Robots Privacy Enhancement Using Colored Petri Net (CPN) for Behavior Modeling: A Case Study of Asus Zenbo Robot. *Proceedings of The 18th International Conference on Cyber Warfare and Security*, 457–464. https://doi.org/10.34190/iccws.18.1.1018