

SOLUSI NUMERIK MODEL SITA MENGGUNAKAN METODE *RUNGE KUTTA FEHLBERG* UNTUK MEMPREDIKSI PENYEBARAN PENYAKIT HIV/AIDS DI PROVINSI MALUKU

Marshanda Nalurita Serlaloy¹, Monalisa E. Rijoly^{2*}, Zeth Arthur Leleury³
Program Studi Matematika Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Pattimura^{1,2,3}
Laboratorium Matematika Terapan Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Pattimura^{1,2,3}
Email: marshandanalurita@gmail.com¹, engellinemonalisa@gmail.com²,
zetharthur82@gmail.com³

Corresponding Author: Monalisa E. Rijoly email: engellinemonalisa@gmail.com

Abstrak. Penelitian ini bertujuan untuk memprediksi penyebaran penyakit HIV/AIDS di Provinsi Maluku menggunakan metode Runge Kutta Fehlberg. Model matematika penyebaran penyakit HIV/AIDS berbentuk sistem persamaan diferensial yang mencakup variabel *Susceptible* (*S*) yakni individu yang sehat tetapi rentan terinfeksi virus HIV, *Infected* (*I*) yakni individu yang terinfeksi virus HIV, *Treatment* (*T*) yakni individu yang menerima pengobatan antiretroviral dan AIDS (*A*) yakni individu yang terjangkit penyakit AIDS yang digunakan sebagai nilai awal. Nilai $\Lambda, \beta, \alpha, \mu, \delta, \gamma, \theta$ sebagai nilai parameter yang diselesaikan secara numerik menggunakan metode Runge Kutta Fehlberg yang dilakukan sebanyak 10 iterasi dengan waktu interval $h = 1$ menggunakan data dari Dinas Kesehatan Provinsi Maluku dan Badan Pusat Statistika tahun 2013 sampai 2022. Berdasarkan data yang diperoleh maka nilai rata-rata dari data tersebut yang digunakan sebagai nilai awal yaitu $S_0 = 1.757.134$, $I_0 = 2450$, $T_0 = 1947$, $A_0 = 533$. Nilai awal dan nilai parameter disubstitusikan kedalam solusi numerik dan disimulasikan menggunakan software matlab sebagai alat bantu. Nilai laju setiap kelas untuk 10 tahun kedepan yaitu untuk laju kelas individu rentan terinfeksi HIV (*S*) sebesar 1.757.102 jiwa, untuk laju kelas individu terinfeksi HIV (*I*) sebesar 2.482 jiwa, untuk laju kelas individu penerima pengobatan antiretroviral (ARV) (*T*) sebesar 1.516 jiwa dan untuk laju kelas individu pengidap AIDS (*A*) sebesar 555 jiwa. Ini berarti bahwa untuk populasi (*S*) dan (*T*) akan mengalami penurunan untuk 10 tahun ke depan sedangkan untuk populasi (*I*) dan (*A*) akan mengalami peningkatan pada 10 tahun ke depan.

Kata Kunci: HIV-AIDS, Model SITA, Metode Runge-Kutta Fehlberg.

Abstract. This research aims to predict the spread of HIV/AIDS in Maluku Province using the Runge Kutta Fehlberg method. The mathematical model of the spread of HIV/AIDS disease is in the form of a system of differential equations that includes *Susceptible* (*S*) variable, namely individuals who are healthy but vulnerable to being infected with the HIV virus, *Infected* (*I*) variable namely individuals who are infected with the HIV virus, *Treatment* (*T*) variable namely individuals who receive antiretroviral therapy and AIDS (*A*) variable namely individuals who contract AIDS disease used as initial values. Values $\Lambda, \beta, \alpha, \mu, \delta, \gamma, \theta$ as parameter values are solved numerically using the Runge Kutta Fehlberg method performed as many as 10 iterations with an interval time of $h = 1$ using data from Maluku Provincial Health Office and BPS-Statistics Indonesia from 2013 to 2022. Based on the data obtained, the average value of the data is used as the initial value where $S_0 = 1.757.134$, $I_0 = 2450$, $T_0 = 1947$, $A_0 = 533$. The initial values and parameter values are substituted into the numerical solution and simulated using software Matlab as tools. The rate value of each class for the next 10 years is for the class rate of individuals susceptible to HIV infection (*S*) of 1.757.102 people, for the class rate of HIV-infected individuals (*I*) of 2482 people, for the class rate of individuals receiving antiretroviral treatment (ARV) (*T*) of 1516 people and for the class rate of individuals with AIDS (*A*) of 555 people. This means that the (*S*) and (*T*) populations will decrease over the next 10 years while the (*I*) and (*A*) populations will increase over the next 10 years.

Keywords: HIV-AIDS, The SITA Model, Runge Kutta Fehlberg Method.

A. Pendahuluan

Penyakit HIV/AIDS merupakan suatu penyakit yang terus berkembang dan menjadi masalah global yang telah mendunia. Menurut Kementerian Kesehatan (Kemenkes) data total pengidap



penyakit HIV/AIDS hingga Juni 2022 mencapai 519.158 orang yang tersebar di seluruh Provinsi di Indonesia (Jejakkasus.co.id, 2022).

Human Immunodeficiency Virus (HIV) adalah virus yang menyerang sistem imunitas. Virus ini menyerang sel darah putih di dalam tubuh (limfosit) yang mengakibatkan turunnya kekebalan tubuh manusia. Manusia yang dalam darahnya terdapat virus HIV dapat tampak sehat dan belum tentu membutuhkan pengobatan. Meskipun demikian, orang tersebut dapat menularkan virusnya kepada orang lain bila melakukan hubungan seks berisiko dan berbagi penggunaan alat suntik dengan orang lain. Infeksi virus ini mampu menurunkan kemampuan imunitas manusia dalam melawan benda-benda asing di dalam tubuh yang pada tahap terminal infeksiya dapat menyebabkan *Acquired Immunodeficiency Syndrome* (AIDS). Virus yang merusak sistem kekebalan tubuh dengan menginfeksi dan menghancurkan sel CD4. Jika makin banyak sel CD4 yang hancur, daya tahan tubuh akan makin melemah sehingga rentan diserang berbagai penyakit (Agustina, 2022). Saat seseorang terinfeksi virus HIV maka ia tidak langsung terkena AIDS, tetapi dibutuhkan waktu yang lama untuk menjadi AIDS. Rentang waktu terinfeksi virus HIV menjadi penyakit AIDS yaitu beberapa tahun setelah terinfeksi. Hingga saat ini belum ada obat, vaksin maupun serum yang dapat menyembuhkan penyakit AIDS maupun mencegah berkembangbiaknya virus HIV (Tholleng & Komalig, 2013).

Berdasarkan pernyataan dari Dr. Sri Anantha Widya Sekretaris Komisi Penanggulangan AIDS (KPA) Provinsi Maluku bahwa kasus baru penularan Human Immunodeficiency Virus (HIV) dan *Acquired Immunodeficiency Syndrome* (AIDS) menambah total kumulatif HIV/AIDS di Provinsi Maluku. Data kasus baru tersebut didapatkan dari laporan dan pendataan klinik Pelayanan, Dukungan dan Pengobatan (PDP) yang berfokus terhadap penyebaran dan penanganan penyakit HIV/AIDS dan sejumlah puskesmas (Alaidrus, 2021).

Salah satu permasalahan yang dapat diselesaikan dengan pemodelan matematika adalah penyebaran HIV/AIDS. Model matematika membantu masyarakat dengan mudah memahami solusi yang tepat untuk pengobatan HIV/AIDS. Fenomena penyebaran penyakit dalam, diformulasikan dengan menggunakan model matematika yang dapat digunakan untuk menganalisis dinamika penyebaran penyakit dan karakteristik dari penyakit tersebut. Model matematika yang umum digunakan untuk mendeteksi penyebaran penyakit adalah model epidemi SITA. Model SITA merupakan salah satu pengembangan dari model klasik SIR. Model SITA terdiri dari empat subpopulasi yaitu *Susceptible* (*S*) yakni individu yang sehat tetapi rentan terinfeksi virus HIV, *Infected* (*I*) yakni individu yang terinfeksi virus HIV, *Treatment* (*T*) yakni individu yang menerima terapi antiretroviral dan AIDS (*A*) yakni individu yang terjangkit penyakit AIDS (Soleh, dkk. 2017).

Metode numerik merupakan metode yang digunakan untuk menyelesaikan suatu permasalahan nonlinear matematika dengan teknik memformulasikan permasalahan tersebut sehingga dapat diselesaikan dengan operasi perhitungan atau aritmetika biasa. Metode numerik akan menghasilkan angka (Munir, 2006). Artinya dengan menggunakan metode numerik, suatu sistem persamaan diferensial biasa nonlinear dapat diselesaikan dengan menghasilkan solusi numerik. Salah satu metode yang digunakan adalah Metode Runge-Kutta Fehlberg, yang dimana metode ini memperoleh solusi numerik dalam menyelesaikan sistem persamaan diferensial penularan virus HIV/AIDS.

Metode penyelesaian persamaan diferensial biasa secara numerik terbagi menjadi dua, yaitu metode satu langkah dan metode banyak langkah. Metode yang termasuk metode satu langkah adalah metode Deret Taylor, metode Euler, metode Runge Kutta dan metode Heun. Sedangkan metode yang termasuk metode banyak langkah adalah metode Adams Bashforth Moulton (ABM), metode Milne Simpson dan metode Hamming (Munir, 2006). Menurut kreyzig (2003) metode Runge Kutta orde kelima atau metode Runge Kutta Fehlberg merupakan metode yang memiliki enam evaluasi fungsi dan dapat mencapai ketelitian yang akurat dengan menghasilkan nilai hampiran yang mendekati nilai penyelesaian analitik.

B. Metodologi Penelitian

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi literatur dan studi kasus. Data yang digunakan adalah data pasien penderita HIV-AIDS di Provinsi Maluku yang diperoleh dari Komisi Penanggulangan AIDS. Data tersebut merupakan data pasien terinfeksi HIV-AIDS, pasien yang mendapat pengobatan dan pasien meninggal sejak 2013 sampai dengan 2022 yang diperoleh dari Dinas Kesehatan Provinsi Maluku.

C. Hasil Penelitian dan Pembahasan

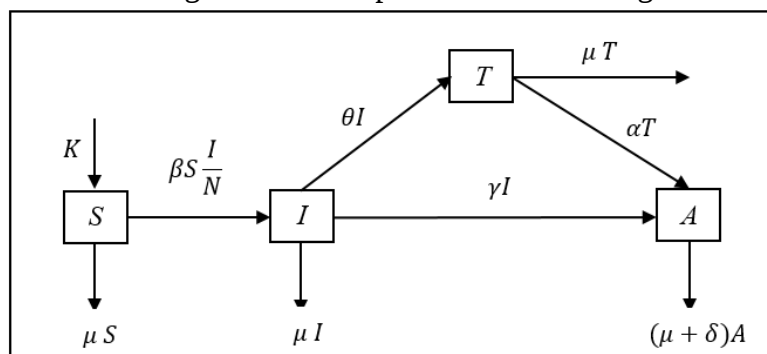
Hasil penelitian dideskripsikan secara jelas dan disajikan pula dalam bentuk tabel, gambar, dan/atau grafik disertai penjelasan maknanya. Pembahasan berisi tentang interpretasi data kaitannya dengan teori pendukung, kebaruan penelitian dan penjelasan tentang keunggulan dan kelemahan yang ditemui dalam penelitian.

1. Model Matematika Penyebaran Penyakit HIV/AIDS

Model SITA penyebaran penyakit HIV/AIDS yang dideskripsikan pada penelitian ini, terdiri dari 4 sub populasi dan menggunakan asumsi sebagai berikut:

- Laju kematian alami terdapat pada setiap populasi/kompartemen dan diasumsikan sama sebesar μ .
- Subpopulasi rentan/*Susceptible* (S) dapat bertambah karena adanya kelahiran yang diasumsikan konstan sebesar K .
- Individu pada subpopulasi rentan (S) terinfeksi HIV apabila berinteraksi dengan individu dalam subpopulasi terinfeksi/*Infected* (I) dengan laju terinfeksi sebesar β .
- Individu pada subpopulasi *Infected* (I) berpindah ke subpopulasi *AIDS* (A) dengan laju transisi dari individu terinfeksi HIV menjadi pengidap AIDS sebesar γ , karena tidak mendapatkan penanganan dan perawatan oleh tim medis.
- Individu pada subpopulasi *Infected* (I) berpindah ke subpopulasi *Treatment* (T) dengan laju perlakuan pengobatan yang diberikan kepada individu terinfeksi HIV sebesar θ , karena telah mendapatkan penanganan dan perawatan oleh tim medis.
- Individu pada subpopulasi *Treatment* (T) berpindah ke subpopulasi *AIDS* (A) dengan laju transisi dari individu yang memperoleh pengobatan menjadi pengidap AIDS sebesar α , karena kekebalan tubuh yang semakin melemah sehingga menjadi pengidap AIDS.
- Individu pada subpopulasi *AIDS* (A) dapat mengalami kematian sebesar δ , karena disebabkan oleh penyakit AIDS.

Berdasarkan asumsi di atas maka gambaran berupa model SITA sebagai berikut:



Gambar 1 Diagram kompartemen model penyebaran penyakit HIV/AIDS

Gambar 1 diatas merupakan peralihan dari laju individu pada sub populasi rentan (S) terkena penyakit menuju individu pada sub populasi pengidap AIDS (A) yang melaju secara transisi dan dapat disajikan dalam persamaan-persamaan berikut:

$$\frac{dS}{dt} = K - \beta S \frac{I}{N} - \mu S \quad (1)$$



$$\frac{dI}{dt} = \beta S \frac{I}{N} - (\theta + \gamma + \mu)I \quad (2)$$

$$\frac{dT}{dt} = \theta I - (\alpha + \mu)T \quad (3)$$

$$\frac{dA}{dt} = \gamma I + \alpha T - (\mu + \delta)A \quad (4)$$

dengan

$N = S + I + T + A$ adalah jumlah populasi keseluruhan

S = Jumlah individu rentan terinfeksi HIV

I = Jumlah individu terinfeksi HIV

T = Jumlah individu penerima pengobatan antiretroviral (ARV)

A = Jumlah individu pengidap AIDS

K = Laju kelahiran

μ = Laju kematian alami

β = Laju kontak antara individu terinfeksi HIV dengan individu sehat

γ = Proporsi transisi dari individu terinfeksi HIV menjadi pengidap AIDS

θ = Proporsi perlakuan pengobatan yang diberikan kepada individu terinfeksi HIV

α = Proporsi transisi dari individu yang memperoleh terapi menjadi pengidap AIDS

δ = Laju kematian yang disebabkan oleh penyakit AIDS

2. Nilai-nilai Parameter

Nilai-nilai parameter yang digunakan dalam penelitian ini sebagai berikut:

a. Laju kelahiran individu

$$K = \frac{\text{Jumlah kelahiran bayi}}{\text{Jumlah penduduk}}$$

b. Kematian alami manusia

$$\mu = \frac{1}{\text{Angka harapan hidup}}$$

c. Laju kontak antara individu terinfeksi HIV dengan individu sehat

$$\beta = \frac{\text{Jumlah individu yang terinfeksi HIV}}{\text{Jumlah individu rentan terinfeksi HIV}}$$

d. Laju kematian karena mengidap penyakit AIDS

$$\delta = \frac{\text{Jumlah individu yang meninggal karena AIDS}}{\text{Jumlah individu yang terinfeksi}}$$

3. Penyelesaian Model SITA dengan Menggunakan Metode Runge-Kutta Fehlberg Orde Lima

Formulasi Runge-Kutta Fehlberg Orde Lima bentuk pertama adalah sebagai berikut (Rijoly, dkk).

$$\hat{y}_{i+1} = y_i + \frac{16}{135}k_1 + \frac{6656}{12825}k_3 + \frac{28561}{56437}k_4 - \frac{9}{50}k_5 + \frac{2}{55}k_6;$$

diperoleh

$$\hat{S}_{i+1} = S_i + \frac{16}{135}f_{2S} + \frac{6656}{12825}f_{3S} + \frac{28561}{56437}f_{4S} - \frac{9}{5}f_{5S} + \frac{2}{55}f_{6S} \quad (5)$$

$$\hat{I}_{i+1} = I_i + \frac{16}{135}f_{2I} + \frac{6656}{12825}f_{3I} + \frac{28561}{56437}f_{4I} - \frac{9}{5}f_{5I} + \frac{2}{55}f_{6I} \quad (6)$$

$$\hat{T}_{i+1} = T_i + \frac{16}{135}f_{2T} + \frac{6656}{12825}f_{3T} + \frac{28561}{56437}f_{4T} - \frac{9}{5}f_{5T} + \frac{2}{55}f_{6T} \quad (7)$$



$$\hat{A}_{i+1} = V_i + \frac{16}{135}f_{2A} + \frac{6656}{12825}f_{3A} + \frac{28561}{56437}f_{4A} - \frac{9}{5}f_{5A} + \frac{2}{55}f_{6A} \quad (8)$$

dengan

$$\begin{aligned} f_{1S} &= h(k - \mu_1 S_i - \eta S_i E_i - \alpha S_i); \\ f_{1E} &= h(\eta S_i E_i - \mu_1 E_i - \omega E_i); \\ f_{1I} &= h(\omega E_i - (\mu_2 + \mu_1) I_i - r I_i); \\ f_{1R} &= h(r I_i - \mu_1 R_i - \gamma R_i); \\ f_{1V} &= h(\gamma R_i - \mu_1 V_i + \alpha S_i); \\ f_{2S} &= h\left(k - \mu_1 \left(S_i + \frac{1}{4} f_{1S}\right) - \eta \left(S_i + \frac{1}{4} f_{1S}\right) \left(E_i + \frac{1}{4} f_{1S}\right) - \alpha \left(S_i + \frac{1}{4} f_{1S}\right)\right); \\ f_{2E} &= h\left(\eta \left(S_i + \frac{1}{4} f_{1E}\right) \left(E_i + \frac{1}{4} f_{1E}\right) - \mu_1 \left(E_i + \frac{1}{4} f_{1E}\right) - \omega \left(E_i + \frac{1}{4} f_{1E}\right)\right); \\ f_{2I} &= h\left(\left(E_i + \frac{1}{4} f_{1I}\right) - (\mu_2 + \mu_1) \left(I_i + \frac{1}{4} f_{1I}\right) - r \left(I_i + \frac{1}{4} f_{1I}\right)\right); \\ f_{2R} &= h\left(r \left(I_i + \frac{1}{4} f_{1R}\right) - \mu_1 \left(R_i + \frac{1}{4} f_{1R}\right) - \gamma \left(R_i + \frac{1}{4} f_{1R}\right)\right) \quad ; \\ f_{2V} &= h\left(\gamma \left(R_i + \frac{1}{4} f_{1V}\right) - \mu_1 \left(V_i + \frac{1}{4} f_{1V}\right) + \alpha \left(S_i + \frac{1}{4} f_{1V}\right)\right); \\ f_{3S} &= h\left(k - \mu_1 \left(S_i + \frac{3}{32} f_{1S} + \frac{9}{32} f_{2S}\right) - \eta \left(S_i + \frac{3}{32} f_{1S} + \frac{9}{32} f_{2S}\right) \left(E_i + \frac{3}{32} f_{1S} + \frac{9}{32} f_{2S}\right) - \alpha \left(S_i + \frac{3}{32} f_{1S} + \frac{9}{32} f_{2S}\right)\right); \\ f_{3E} &= h\left(\eta \left(S_i + \frac{1}{4} f_{1S} + \frac{3}{32} f_{2S}\right) \left(E_i + \frac{3}{32} f_{1E} + \frac{9}{32} f_{2E}\right) - \mu_1 \left(E_i + \frac{3}{32} f_{1E} + \frac{9}{32} f_{2E}\right) - \omega \left(E_i + \frac{3}{32} f_{1E} + \frac{9}{32} f_{2E}\right)\right); \\ f_{3I} &= h\left(\omega \left(E_i + \frac{3}{32} f_{1I} + \frac{9}{32} f_{2I}\right) - (\mu_2 + \mu_1) \left(I_i + \frac{3}{32} f_{1I} + \frac{9}{32} f_{2I}\right) - r \left(I_i + \frac{3}{32} f_{1I} + \frac{9}{32} f_{2I}\right)\right); \\ f_{3R} &= h\left(r \left(I_i + \frac{3}{32} f_{1R} + \frac{9}{32} f_{2R}\right) - \mu_1 \left(R_i + \frac{3}{32} f_{1R} + \frac{9}{32} f_{2R}\right) - \gamma \left(R_i + \frac{3}{32} f_{1R} + \frac{9}{32} f_{2R}\right)\right); \\ f_{3V} &= h\left(\gamma \left(R_i + \frac{3}{32} f_{1V} + \frac{9}{32} f_{2V}\right) - \mu_1 \left(V_i + \frac{3}{32} f_{1V} + \frac{9}{32} f_{2V}\right) + \alpha \left(S_i + \frac{3}{32} f_{1V} + \frac{9}{32} f_{2V}\right)\right); \\ f_{4S} &= h\left(k - \mu_1 \left(S_i + \frac{1932}{2197} f_{1S} - \frac{7200}{2197} f_{2S} + \frac{7296}{2197} f_{3S}\right) - \eta \left(S_i + \frac{1932}{2197} f_{1S} - \frac{7200}{2197} f_{2S} + \frac{7296}{2197} f_{3S}\right) \left(E_i + \frac{1932}{2197} f_{1S} - \frac{7200}{2197} f_{2S} + \frac{7296}{2197} f_{3S}\right) - \alpha \left(S_i + \frac{1932}{2197} f_{1S} - \frac{7200}{2197} f_{2S} + \frac{7296}{2197} f_{3S}\right)\right); \\ f_{4E} &= h\left(\eta \left(S_i + \frac{1932}{2197} f_{1E} - \frac{7200}{2197} f_{2E} + \frac{7296}{2197} f_{3E}\right) \left(E_i + \frac{1932}{2197} f_{1E} - \frac{7200}{2197} f_{2E} + \frac{7296}{2197} f_{3E}\right) - \mu_1 \left(E_i + \frac{1932}{2197} f_{1E} - \frac{7200}{2197} f_{2E} + \frac{7296}{2197} f_{3E}\right) - \omega \left(E_i + \frac{1932}{2197} f_{1E} - \frac{7200}{2197} f_{2E} + \frac{7296}{2197} f_{3E}\right)\right); \\ f_{4I} &= h\left(\omega \left(E_i + \frac{1932}{2197} f_{1I} - \frac{7200}{2197} f_{2I} + \frac{7296}{2197} f_{3I}\right) - (\mu_2 + \mu_1) \left(I_i + \frac{1932}{2197} f_{1I} - \frac{7200}{2197} f_{2I} + \frac{7296}{2197} f_{3I}\right) - r \left(I_i + \frac{1932}{2197} f_{1I} - \frac{7200}{2197} f_{2I} + \frac{7296}{2197} f_{3I}\right)\right); \\ f_{4R} &= h\left(r \left(I_i + \frac{1932}{2197} f_{1R} - \frac{7200}{2197} f_{2R} + \frac{7296}{2197} f_{3R}\right) - \mu_1 \left(R_i + \frac{1932}{2197} f_{1R} - \frac{7200}{2197} f_{2R} + \frac{7296}{2197} f_{3R}\right) - \gamma \left(R_i + \frac{1932}{2197} f_{1R} - \frac{7200}{2197} f_{2R} + \frac{7296}{2197} f_{3R}\right)\right); \\ f_{4V} &= h\left(\gamma \left(R_i + \frac{1932}{2197} f_{1V} - \frac{7200}{2197} f_{2V} + \frac{7296}{2197} f_{3V}\right) - \mu_1 \left(V_i + \frac{1932}{2197} f_{1V} - \frac{7200}{2197} f_{2V} + \frac{7296}{2197} f_{3V}\right) + \alpha \left(S_i + \frac{1932}{2197} f_{1V} - \frac{7200}{2197} f_{2V} + \frac{7296}{2197} f_{3V}\right)\right); \\ f_{5S} &= h\left(k - \mu_1 \left(S_i + \frac{439}{216} f_{1S} - 8 f_{2S} + \frac{3860}{513} f_{3S} - \frac{845}{4104} f_{4S}\right) - \eta \left(S_i + \frac{439}{216} f_{1S} - 8 f_{2S} + \frac{3860}{513} f_{3S} - \frac{845}{4104} f_{4S}\right) \left(E_i + \frac{439}{216} f_{1S} - 8 f_{2S} + \frac{3860}{513} f_{3S} - \frac{845}{4104} f_{4S}\right) - \alpha \left(S_i + \frac{439}{216} f_{1S} - 8 f_{2S} + \frac{3860}{513} f_{3S} - \frac{845}{4104} f_{4S}\right)\right); \\ f_{5E} &= h\left(\eta \left(S_i + \frac{439}{216} f_{1E} - 8 f_{2E} + \frac{3860}{513} f_{3E} - \frac{845}{4104} f_{4E}\right) \left(E_i + \frac{439}{216} f_{1E} - 8 f_{2E} + \frac{3860}{513} f_{3E} - \frac{845}{4104} f_{4E}\right) - \mu_1 \left(E_i + \frac{439}{216} f_{1E} - 8 f_{2E} + \frac{3860}{513} f_{3E} - \frac{845}{4104} f_{4E}\right) - \omega \left(E_i + \frac{439}{216} f_{1E} - 8 f_{2E} + \frac{3860}{513} f_{3E} - \frac{845}{4104} f_{4E}\right)\right); \\ f_{5I} &= h\left(\omega \left(E_i + \frac{439}{216} f_{1I} - 8 f_{2I} + \frac{3860}{513} f_{3I} - \frac{845}{4104} f_{4I}\right) - (\mu_2 + \mu_1) \left(I_i + \frac{439}{216} f_{1I} - 8 f_{2I} + \frac{3860}{513} f_{3I} - \frac{845}{4104} f_{4I}\right) - r \left(I_i + \frac{439}{216} f_{1I} - 8 f_{2I} + \frac{3860}{513} f_{3I} - \frac{845}{4104} f_{4I}\right)\right); \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 f_{5R} &= h \left(r \left(I_i + \frac{439}{216} f_{1R} - 8f_{2R} + \frac{3860}{513} f_{3R} - \frac{845}{4104} f_{4R} \right) - \mu_1 \left(R_i + \frac{439}{216} f_{1R} - 8f_{2R} + \frac{3860}{513} f_{3R} - \frac{845}{4104} f_{4R} \right) - \gamma \left(R_i + \frac{439}{216} f_{1R} - 8f_{2R} + \frac{3860}{513} f_{3R} - \frac{845}{4104} f_{4R} \right) \right); \\
 f_{5V} &= h \left(\gamma \left(R_i + \frac{439}{216} f_{1V} - 8f_{2V} + \frac{3860}{513} f_{3V} - \frac{845}{4104} f_{4V} \right) - \mu_1 \left(V_i + \frac{439}{216} f_{1V} - 8f_{2V} + \frac{3860}{513} f_{3V} - \frac{845}{4104} f_{4V} \right) + \alpha \left(S_i + \frac{439}{216} f_{1V} - 8f_{2V} + \frac{3860}{513} f_{3V} - \frac{845}{4104} f_{4V} \right) \right); \\
 f_{6S} &= h \left(k - \mu_1 \left(S_i - \frac{8}{27} f_{1S} + 2f_{2S} - \frac{3544}{2565} f_{3S} + \frac{1859}{4104} f_{4S} - \frac{11}{40} f_{5S} \right) - \eta \left(S_i - \frac{8}{27} f_{1S} + 2f_{2S} - \frac{3544}{2565} f_{3S} + \frac{1859}{4104} f_{4S} - \frac{11}{40} f_{5S} \right) \left(E_i - \frac{8}{27} f_{1S} + 2f_{2S} - \frac{3544}{2565} f_{3S} + \frac{1859}{4104} f_{4S} - \frac{11}{40} f_{5S} \right) - \alpha \left(S_i - \frac{8}{27} f_{1S} + 2f_{2S} - \frac{3544}{2565} f_{3S} + \frac{1859}{4104} f_{4S} - \frac{11}{40} f_{5S} \right) \right); \\
 f_{6E} &= h \left(\eta \left(S_i - \frac{8}{27} f_{1E} + 2f_{2E} - \frac{3544}{2565} f_{3E} + \frac{1859}{4104} f_{4E} - \frac{11}{40} f_{5E} \right) \left(E_i - \frac{8}{27} f_{1E} + 2f_{2E} - \frac{3544}{2565} f_{3E} + \frac{1859}{4104} f_{4E} - \frac{11}{40} f_{5E} \right) - \mu_1 \left(E_i - \frac{8}{27} f_{1E} + 2f_{2E} - \frac{3544}{2565} f_{3E} + \frac{1859}{4104} f_{4E} - \frac{11}{40} f_{5E} \right) - \omega \left(E_i - \frac{8}{27} f_{1E} + 2f_{2E} - \frac{3544}{2565} f_{3E} + \frac{1859}{4104} f_{4E} - \frac{11}{40} f_{5E} \right) \right); \\
 f_{6I} &= h \left(\omega \left(E_i - \frac{8}{27} f_{1I} + 2f_{2I} - \frac{3544}{2565} f_{3I} + \frac{1859}{4104} f_{4I} - \frac{11}{40} f_{5I} \right) - (\mu_2 + \mu_1) \left(I_i - \frac{8}{27} f_{1I} + 2f_{2I} - \frac{3544}{2565} f_{3I} + \frac{1859}{4104} f_{4I} - \frac{11}{40} f_{5I} \right) - r \left(I_i - \frac{8}{27} f_{1I} + 2f_{2I} - \frac{3544}{2565} f_{3I} + \frac{1859}{4104} f_{4I} - \frac{11}{40} f_{5I} \right) \right); \\
 f_{6R} &= h \left(r \left(I_i - \frac{8}{27} f_{1R} + 2f_{2R} - \frac{3544}{2565} f_{3R} + \frac{1859}{4104} f_{4R} - \frac{11}{40} f_{5R} \right) - \mu_1 \left(R_i - \frac{8}{27} f_{1R} + 2f_{2R} - \frac{3544}{2565} f_{3R} + \frac{1859}{4104} f_{4R} - \frac{11}{40} f_{5R} \right) - \gamma \left(R_i - \frac{8}{27} f_{1R} + 2f_{2R} - \frac{3544}{2565} f_{3R} + \frac{1859}{4104} f_{4R} - \frac{11}{40} f_{5R} \right) \right); \\
 f_{6V} &= h \left(\gamma \left(R_i - \frac{8}{27} f_{1V} + 2f_{2V} - \frac{3544}{2565} f_{3V} + \frac{1859}{4104} f_{4V} - \frac{11}{40} f_{5V} \right) - \mu_1 \left(V_i - \frac{8}{27} f_{1V} + 2f_{2V} - \frac{3544}{2565} f_{3V} + \frac{1859}{4104} f_{4V} - \frac{11}{40} f_{5V} \right) + \alpha \left(S_i - \frac{8}{27} f_{1V} + 2f_{2V} - \frac{3544}{2565} f_{3V} + \frac{1859}{4104} f_{4V} - \frac{11}{40} f_{5V} \right) \right);
 \end{aligned}$$

4. Simulasi Model Secara Numerik Menggunakan Metode Runge-Kutta Fehlberg Orde Lima

Simulasi model secara numerik menggunakan metode Runge Kutta-Fehlberg Orde Lima di Provinsi Maluku dengan mensubstitusikan nilai awal berupa data sekunder dan nilai-nilai parameter yang ditentukan.

Tabel 1 Nilai Awal

Variabel	Nilai	Keterangan
S_i	1.757.134	Data jumlah populasi manusia yang rentan terinfeksi HIV di Dinas Kesehatan Provinsi Maluku
I_i	2.450	Data jumlah populasi manusia yang telah terinfeksi HIV di Dinas Kesehatan Provinsi Maluku
T_i	1.947	Data jumlah populasi manusia yang telah menerima pengobatan antiretroviral (ARV) di Dinas Kesehatan Provinsi Maluku
A_i	533	Data jumlah populasi manusia yang terjangkit AIDS di Dinas Kesehatan Provinsi Maluku

Berdasarkan data dari Badan Pusat Statistik Provinsi Maluku, angka harapan hidup masyarakat Provinsi Maluku adalah 66,45 tahun. Dengan demikian tingkat kematian alami individu dapat dihitung sebagai berikut:

$$\mu = \frac{1}{\text{Angka harapan hidup}} = \frac{1}{66,45 \text{ tahun}} = 0,01505$$

Tingkat kematian karena terinfeksi virus HIV-AIDS dihitung berdasarkan data pasien yang meninggal karena terinfeksi HIV-AIDS. Berdasarkan data yang diperoleh, diketahui bahwa rata-rata pasien yang meninggal karena terinfeksi HIV-AIDS adalah sebanyak 75 jiwa per tahun. Dengan demikian, tingkat kematian individu di Provinsi Maluku karena mengidap AIDS adalah



$$\delta = \frac{\text{Jumlah individu yang meninggal karena AIDS}}{\text{Jumlah individu pengidap AIDS}} = \frac{75}{533} = 0,14701$$

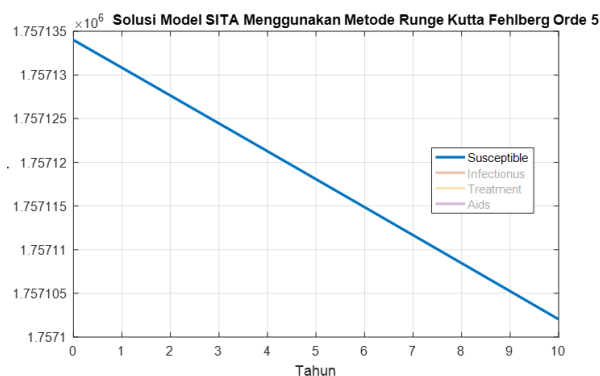
Laju kelahiran individu, laju kematian karena mengidap penyakit AIDS, laju kontak antara individu terinfeksi HIV dengan individu sehat, proporsi transisi dari individu terinfeksi HIV menjadi pengidap AIDS, proporsi perlakuan pengobatan yang diberikan kepada individu terinfeksi HIV, proporsi transisi dari individu yang memperoleh pengobatan menjadi pengidap AIDS yang disajikan pada Tabel 2 sebagai berikut:

Tabel 2 Nilai Parameter

Parameter	Keterangan	Nilai
K	Laju kelahiran individu	0,01464
μ	Laju kematian alami manusia	0,01505
δ	Laju kematian karena mengidap penyakit AIDS	0,14701
β	Laju kontak antara individu terinfeksi HIV dengan individu sehat	0,00130
γ	Proporsi transisi dari individu terinfeksi HIV menjadi pengidap AIDS	0,03
θ	Proporsi perlakuan pengobatan yang diberikan kepada individu terinfeksi HIV	0,97
α	Proporsi transisi dari individu yang memperoleh pengobatan menjadi pengidap AIDS	0,01

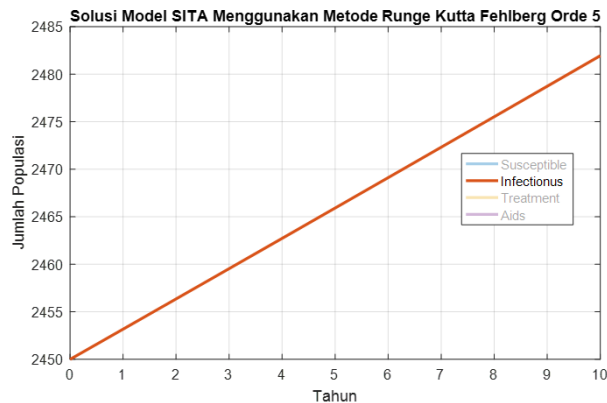
Jumlah populasi manusia (N) di Provinsi Maluku tahun 2022 adalah 1.881.727 jiwa (Badan Pusat Statistik, 2022). Simulasi yang dilakukan yaitu dengan mensubstitusikan nilai awal dan nilai parameter yang ada pada Tabel 1 dan 2 kedalam Persamaan (5) sampai (8) yang merupakan solusi numerik model penyakit HIV-AIDS menggunakan metode Runge Kutta Fehlberg Orde Lima selanjutnya akan di simulasikan menggunakan aplikasi matlab.

Waktu interval atau jarak langkah yang digunakan adalah $h = 1$ Selanjutnya diberikan $S_i = S_0$, $I_i = I_0$, $T_i = T_0$, $A_i = A_0$ sebagai nilai awal sehingga diperoleh hasil solusi numerik model penyakit HIV-AIDS menggunakan metode Runge Kutta Fehlberg Orde Lima sebagaimana pada persamaan (5) sampai (8). dan $t = 1$ sampai $t = 10$ menggunakan software matlab. Hasil perhitungan untuk laju individu rentan (S) akan ditunjukkan pada grafik seperti gambar 2.



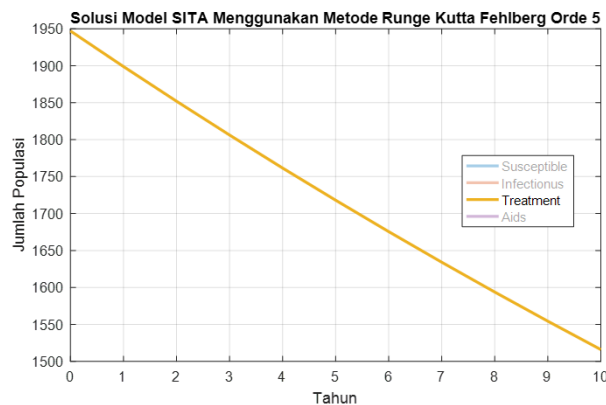
Gambar 2 Grafik jumlah individu rentan terinfeksi HIV (S)

Berdasarkan Gambar 2 dapat dilihat bahwa prediksi Jumlah individu rentan terinfeksi HIV (S) mengalami penurunan setiap tahunnya hingga 10 tahun kedepan. Besarnya jumlah individu rentan terinfeksi HIV (S) pada 10 tahun kedepan adalah sebanyak 1.757.102 jiwa.



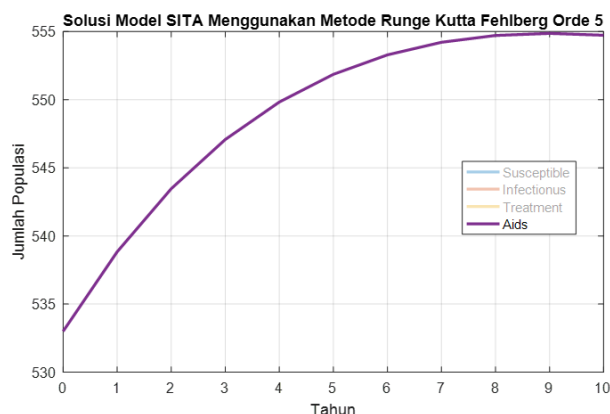
Gambar 3 Grafik jumlah individu terinfeksi HIV (I)

Berdasarkan Gambar 3 dapat dilihat bahwa prediksi Jumlah individu terinfeksi HIV (I) mengalami peningkatan setiap tahunnya hingga 10 tahun kedepan. Besarnya Jumlah individu terinfeksi HIV (I) pada 10 tahun kedepan adalah sebanyak 2.482 jiwa.



Gambar 4 Grafik jumlah individu penerima pengobatan antiretroviral (ARV) (T)

Berdasarkan Gambar 4 dapat dilihat bahwa prediksi Jumlah individu penerima pengobatan antiretroviral (ARV) (T) mengalami penurunan setiap tahunnya hingga 10 tahun kedepan. Besarnya Jumlah individu penerima pengobatan antiretroviral (ARV) (T) pada 10 tahun kedepan adalah sebanyak 1.516 jiwa.



Gambar 5 Grafik jumlah individu pengidap AIDS (A)

Berdasarkan Gambar 5 dapat dilihat bahwa prediksi Jumlah individu pengidap AIDS (A) mengalami peningkatan setiap tahunnya hingga 10 tahun kedepan. Besarnya Jumlah individu pengidap AIDS (A) pada 10 tahun kedepan adalah sebanyak 555 jiwa.

Berdasarkan hasil simulasi yang ditunjukkan dengan menggunakan matlab dapat dilihat bahwa besarnya laju kelas individu (S) dan (T) mengalami penurunan setiap tahunnya, sedangkan untuk laju

kelas individu (I) dan (A) mengalami peningkatan setiap tahunnya dan untuk hasil perhitungan $t = 1$ sampai $t = 10$ akan disajikan pada pada Tabel 3 berikut.

Tabel 3 Hasil Perhitungan menggunakan Software Matlab

Waktu	S	I	T	A
1	1.757.131	2.453	1.899	539
2	1.757.128	2.456	1.852	543
3	1.757.124	2.460	1.806	547
4	1.757.121	2.463	1.762	550
5	1.757.118	2.466	1.718	552
6	1.757.115	2.469	1.676	553
7	1.757.112	2.472	1.634	554
8	1.757.108	2.476	1.594	555
9	1.757.105	2.479	1.554	555
10	1.757.102	2.482	1.516	555

Berdasarkan Tabel 3 dapat dilihat bahwa penyebaran penyakit HIV/AIDS Provinsi Maluku untuk 10 tahun ke depan, subpopulasi S dan A mengalami penurunan sedangkan sub populasi I dan T mengalami peningkatan.

Dari hasil yang dapat diperoleh perlu dilakukan sosialisasi atau edukasi terkait dampak yang ditimbulkan oleh penyebaran HIV/AIDS sehingga dapat memperkecil bertambahnya jumlah individu terinfeksi HIV/AIDS agar penyebaran HIV/AIDS semakin menurun di provinsi Maluku. Penelitian ini dapat dilanjutkan dengan memodifikasi model matematika yang telah ada yaitu dengan menambah salah satu subpopulasi rentan yang sudah tereduksi/ telah mendapat sosialisasi terkait penyakit HIV/AIDS agar dapat diprediksi kembali penyebarannya di provinsi Maluku.

D. Kesimpulan

Solusi numerik model SITA pada penyebaran penyakit HIV/AIDS diselesaikan dengan menggunakan metode Runge Kutta Fehlberg. Model SITA ini terdiri dari populasi *Susceptible*, *Infected*, *Treatment* dan *AIDS*. Dari model tersebut diperoleh iterasi menggunakan software matlab dengan nilai awal $S = 1.757.134$, $I = 2.450$, $T = 1.947$, dan $A = 533$ iterasi dilakukan mulai dari $t = 1$ tahun sampai $t = 10$ tahun. Pada saat $t = 10$ tahun diperoleh $S = 1.757.102$, $I = 2482$, $T = 1516$ dan $A = 555$. Ini berarti bahwa untuk populasi (S) dan (T) akan mengalami penurunan untuk 10 tahun ke depan sedangkan untuk populasi (I) dan (A) akan mengalami peningkatan pada 10 tahun ke depan.

DAFTAR PUSTAKA

- Agustina, N., (2022). “Ayo Cari Tahu Apa itu HIV”. Kementerian Kesehatan Direktorat Jenderal Pelayanan Kesehatan, https://yankes.kemkes.go.id/view_artikel/754/ayo-cari-tahu-apa-itu-hiv. Diakses pada 23 Februari 2023.
- Alaidrus, S., (2021). “225 kasus baru penularan HIV/Aids di Maluku, jangan lengah”. AntaraMaluku.com, <https://ambon.antaranews.com/berita/113257/225-kasus-baru-penularan-hiv-aids-di-maluku-jangan-lengah>. Diakses 30 Agustus 2023.



- Jejak Kasus, (2022). “Nasional: Kasus HIV/AIDS di Indonesia Capai 519 Ribu per Juni 2022”. Jejakkasus.co.id, <https://www.jejakkasus.co.id/nasional-kasus-hiv-aids-di-indonesia-capai-519-ribu-per-juni-2022/>. Diakses 7 Oktober 2023.
- Kreyzig, E. (2003). Advanced Engineering mathematics. New York: John Wiley & Sons Inc.
- Leleury, Z. A., Rijoly, M. E., & Risamena, F. M. (2022). Analisis Stabilitas Model SIR (*Susceptibles, Infected, Recovered*) Pada Penyebaran Virus Covid-19 Di Kota Ambon. Jurnal Riset dan Aplikasi Matematika (JRAM), 6(2), 159-169.
- Munir, R. (2006). Metode Numerik. Bandung: Informatika.
- Rijoly, M., Muin, R. F., Rumlawang, F. Y., & Tomasouw, B. P. (2022). Solusi Numerik Model Sir Dengan Menggunakan Metode Runge-Kutta Orde Empat Dalam Prediksi Penyebaran Virus Covid-19 Di Provinsi Maluku. Tensor: Pure and Applied Mathematics Journal, 3(2), 93-100.
- Rijoly, M. E., Rumlawang, F. Y., & Maurits, S. (2023). Solusi Numerik Model Penyebaran Virus Covid-19 Dengan Vaksinasi Menggunakan Metode Runge-Kutta Fehlbrg Orde Lima Pada Provinsi Maluku. Tensor: Pure and Applied Mathematics Journal, 4(2), 93-104.
- Sapulette, N. T., Lesnussa, Y. A., & Rijoly, M. E. (2023). DYNAMICS OF A SIRV MODEL FOR THE SPREAD OF COVID-19 IN MALUKU PROVINCE. BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan, 17(3), 1673-1684.
- Sapulette, N. T., Lesnussa, Y. A., & Rijoly, M. E. (2023). Numerical Solution Of The SIRV Model Using The Fourth-Order Runge-Kutta Method. Jurnal Matematika, 13(2), 105-115.
- Soleh, M., Fatmasari, D., & Muhaijir, M. N. (2017). Model Matematika Penyebaran Penyakit HIV/AIDS dengan Terapi pada Populasi Terbuka. Jurnal Sains Matematika dan Statistika, 3(1), 20-28.
- Tholleng, A., Komalig, H.A., & J. D.(2013). dinamika perkembangan HIV/AIDS di Sulawesi Utara Menggunakan Model Persamaan Diferensial NonLinear SIR. Jurnal Ilmiah Sains. 13 (1). 9-14

