

INTEGRASI ALJABAR LINEAR DAN KALKULUS II MELALUI APLIKASI DIAGONALISASI MATRIKS PADA DERET PANGKAT

Purnama Raya Akbar^{1*}, Taufikurrahman², Robiatul Witari Wilda³
Program Studi Pendidikan Matematika^{1,2}, Program Studi Matematika³
STKIP Taman Siswa Bima^{1,2}, Universitas Palangka Raya³
purnama.math07@gmail.com^{1*}

Abstrak

Pembelajaran matematika di perguruan tinggi pada umumnya disajikan secara terpisah antar mata kuliah seperti Aljabar Linear dan Kalkulus II. Hal ini cenderung menyebabkan mahasiswa mengalami kesulitan dalam memahami keterhubungan antarkonsep, khususnya ketika mempelajari fungsi matriks yang direpresentasikan melalui deret pangkat. Dalam Aljabar Linear, konsep diagonalisasi matriks secara teoritis mampu menyederhanakan perhitungan deret pangkat matriks yang banyak dibahas dalam Kalkulus II. Namun demikian, pemanfaatan diagonalisasi matriks sebagai jembatan integrasi kedua mata kuliah tersebut masih jarang dibahas secara sistematis dalam literatur pembelajaran matematika. Penelitian ini bertujuan menganalisis integrasi konseptual kedua materi tersebut melalui metode *Systematic Literature Review* (SLR) berstandar PRISMA terhadap 21 artikel terpilih. Hasil penelitian menunjukkan bahwa letak masalah utamanya bukan pada materi masing-masing, melainkan pada pemisahan kurikulum dan tingginya beban kognitif mahasiswa sewaktu berpindah topik. Sebagai solusinya, dirumuskan skema integrasi empat langkah: menyusun matriks, menyederhanakan bentuknya, menerapkan fungsi deret, kemudian menginterpretasikan hasilnya. Seluruh proses ini dihubungkan oleh satu rumus utama, $A^k = PD^kP^{-1}$. Selain terbukti jauh lebih cepat dan akurat daripada hitungan manual, temuan ini juga menggeser fungsi diagonalisasi dari sekadar alat hitung menjadi jembatan kurikuler yang menghasilkan model sintesis konseptual sebagai rujukan penyusunan materi terintegrasi tanpa menambah beban SKS.

Kata Kunci: Deret Pangkat, Diagonalisasi Matriks, Fungsi Matriks, Pembelajaran Terintegrasi, Sintesis Literatur.

A. Pendahuluan

Pembelajaran Aljabar Linear dan Kalkulus II di perguruan tinggi umumnya disajikan secara terpisah, baik dari struktur silabus, penyusunan buku teks, hingga penugasan dosen pengampu. Pemisahan kurikuler ini berdampak pada terbatasnya pemahaman konseptual mahasiswa, khususnya dalam menghubungkan konsep matriks, nilai eigen, dan similaritas dari Aljabar Linear dengan konsep barisan, konvergensi, serta deret Taylor dari Kalkulus II. Hambatan timbul ketika kedua

ranah tersebut harus diterapkan secara bersamaan, seperti pada kalkulasi eksponensial matriks e^{At} untuk menyelesaikan sistem persamaan diferensial linear. Mahasiswa sering kali mengalami kesulitan pada tahap ini akibat ketiadaan materi yang menghubungkan kedua topik tersebut. Padahal, fungsi matriks merupakan jembatan konseptual utama untuk menyatukan materi Aljabar Linear dan Kalkulus II.

Sekilas, memperluas fungsi analitik f berbentuk deret pangkat $f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k z^k$ ke dalam bentuk matriks $f(A) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k A^k$ lewat substitusi langsung tampak begitu sederhana. Namun justru di situlah letak permasalahannya, karena ada dua masalah besar yang tersembunyi. Masalah pertama tentang konvergensi: deret matriks tidak otomatis konvergen, sebab syaratnya sangat bergantung pada radius spektral $\rho(A)$ jika dibandingkan dengan jari-jari konvergensi deret skalarnya. Masalah kedua ada di ranah kalkulasi: menghitung perkalian A^k yang besar akan memakan waktu, tapi juga rentan memicu galat pembulatan. Kedua masalah ini tidak dapat diselesaikan jika hanya mengandalkan materi Kalkulus II saja, atau sebaliknya, hanya mengandalkan Aljabar Linear saja.

Diagonalisasi matriks menjawab kedua permasalahan di atas. Jika A dapat didiagonalisasi, terdapat matriks taksingular P dan matriks diagonal $D = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$ sehingga $A = PDP^{-1}$. Struktur similaritas ini bersifat multiplikatif dan karenanya lolos ke dalam pemangkatan: $A^k = PD^kP^{-1}$, dengan $D^k = \text{diag}(\lambda_1^k, \dots, \lambda_n^k)$. Konsekuensinya, seluruh deret matriks terlipat menjadi deret skalar yang berjalan sendiri-sendiri pada setiap nilai eigen, yakni $f(A) = P \text{diag}(f(\lambda_1), \dots, f(\lambda_n))P^{-1}$. Persoalan kekonvergenan tereduksi menjadi pemeriksaan $|\lambda_i|$ terhadap jari-jari kekonvergenan, dan persoalan komputasi tereduksi menjadi n evaluasi fungsi skalar. Identitas ini tergolong formula standar secara matematis, tetapi nilai pedagogisnya belum tergarap. Konsep ini menunjukkan bahwa struktur aljabar dapat menyederhanakan perhitungan analitis, yang merupakan bagian penting dalam pengembangan kemampuan berpikir matematis tingkat tinggi.

Literatur yang tersedia sejauh ini berkembang dalam dua arus yang jarang bertemu. Arus pertama berfokus pada ranah komputasi numerik, seperti efisiensi evaluasi polinomial matriks (Sastre, 2017), optimasi aproksimasi Taylor untuk

eksponensial matriks (Bader dkk., 2019), penggunaan algoritma spline (Defez dkk., 2018), hingga deret Taylor untuk logaritma matriks (Ibáñez dkk., 2021) dan pendekatan bentuk kanonik Jordan–Schur (Petkov, 2023). Studi-studi tersebut berfokus pada efisiensi algoritma dan belum secara khusus mengkaji pemahaman mahasiswa.

Sementara itu, arus kedua bergerak di ranah pedagogi dan kognisi. Kelompok ini membahas beragam kesukaran mahasiswa saat belajar aljabar linear (Ferryansyah dkk., 2018; Dalimunthe, 2025), hambatan memahami nilai serta vektor eigen (Radmehr, 2025; Piroi & Arzarello, 2024), hingga rumitnya memahami deret Taylor maupun deret binomial (Kouki & Griffiths, 2020; Tatira, 2021; Tokgöz dkk., 2021; Locia-Espinoza dkk., 2020). Temuan diagnostik di jalur ini memang melimpah, tapi sayangnya analisis selalu terhenti di dalam masing-masing mata kuliah tanpa pernah menawarkan jembatan penghubungnya.

Celah itulah yang coba dijembatani oleh penelitian ini. Kebaruan yang ditawarkan tentu bukan berupa penemuan teorema baru, melainkan menggeser fungsi diagonalisasi matriks dari yang semula hanya dianggap alat hitung kaku menjadi simpul integrasi kurikuler. Penelitian ini menempatkan $A^k = PD^kP^{-1}$ sebagai materi ajar yang patut dibahas secara eksplisit, lengkap dengan alasan teknis mengapa jalur spektral jauh lebih unggul ketimbang jalan panjang ekspansi deret manual di Kalkulus. Atas dasar pertimbangan tersebut, penelitian ini difokuskan untuk menjawab tiga persoalan mendasar. Pertama, memetakan tren dan pola literatur terkait integrasi Aljabar Linear dan Kalkulus, khususnya pada penerapan diagonalisasi matriks dalam deret pangkat. Kedua, mengidentifikasi berbagai hambatan kognitif maupun miskonsepsi yang dialami mahasiswa saat mempelajari kedua materi tersebut. Ketiga, merumuskan kerangka sintesis konseptual yang mengintegrasikan kedua mata kuliah guna memperkuat kualitas pembelajaran matematika di perguruan tinggi.

B. Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan metode Systematic Literature Review (SLR) yang mengacu pada protokol PRISMA (Preferred Reporting Items for Systematic Reviews and Meta-Analyses). Tahapan PRISMA terdiri dari identifikasi, penyaringan, penilaian kelayakan, dan penetapan artikel terpilih (Page dkk., 2021).

Proses diawali lewat penelusuran dokumen di Scopus serta Google Scholar memakai bantuan Publish or Perish. Pemilihan Scopus sebagai basis data didasari oleh kualitas artikel yang terjamin. sementara Google Scholar dipakai menasar publikasi nasional terakreditasi yang belum terindeks Scopus.

Penelusuran dilakukan dengan membagi string pencarian ke dalam dua domain, yakni domain materi matematika dan domain pembelajaran dan kognitif. Pemisahan domain ini disengaja agar penelitian tidak timpang ke salah satu arus literatur. Pada domain materi matematika menggunakan string pencarian ("*matrix diagonalization*" OR "*diagonalization of matrices*" OR "*matrix exponential*") AND ("*power series*" OR "*matrix power series*") sedangkan pada domain pembelajaran dan kognitif menggunakan string pencarian ("*matrix diagonalization*" OR "*linear algebra*" OR "*matrix function*" OR "*eigenvalues*") AND ("*calculus*" OR "*power series*" OR "*taylor series*" OR "*differential equations*") AND ("*difficulties*" OR "*misconception*" OR "*transition*" OR "*understanding*") AND "*undergraduate*". Agar menjaring publikasi yang berbahasa Indonesia digunakan string pencarian ("*diagonalisasi matriks*" OR "*eksponensial matriks*") AND ("*deret pangkat*" OR "*deret Taylor*") serta ("*aljabar linear*" OR "*kalkulus*") AND ("*koneksi matematis*" OR "*dekomposisi genetik*") AND "*mahasiswa*". Penyaringan awal pada mesin pencari dibatasi pada rentang terbit 2016 sampai 2026 serta jenis dokumen berupa artikel jurnal dan prosiding.

Seluruh dokumen hasil pencarian lalu diproses pada Mendeley Desktop untuk menyaring duplikasi. Berkas yang terdeteksi ganda langsung dibuang agar data tidak bias. Setelah itu, artikel disaring lagi mengacu pada kriteria inklusi dan eksklusi yang telah dirancang. Rincian kriteria tersebut disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Kriteria Inklusi dan Eksklusi

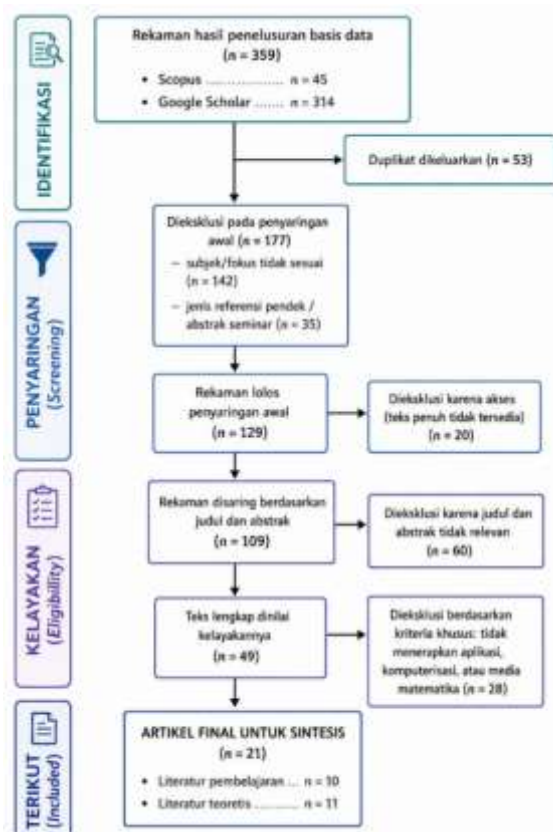
No	Aspek	Kriteria Inklusi	Kriteria Eksklusi
1	Topik	Membahas konsep diagonalisasi matriks, <i>matrix exponential</i> , atau aplikasi deret pangkat pada matriks.	Artikel yang hanya membahas aljabar linear dasar (misal: eliminasi Gauss) atau deret pangkat skalar tanpa melibatkan matriks.
2	Integrasi Materi	Terdapat kajian yang menghubungkan konsep Aljabar Linear (matriks/diagonalisasi) dengan Kalkulus (khususnya deret pangkat/fungsi). atau menganalisis transisi pemahaman dari satu topik ke topik lain.	Artikel yang memisahkan konsep Aljabar Linear dan Kalkulus tanpa ada integrasi atau aplikasi silang di antara keduanya.
3	Konteks	Penelitian dalam konteks Perguruan Tinggi (subjek: Mahasiswa) pada bidang pendidikan matematika, matematika murni/terapan.yang relevan dengan diagonalisasi matriks dan deret pangkat	Penelitian dengan konteks atau subjek di bawah tingkat perguruan tinggi (misal: Siswa Sekolah Menengah), atau konteks yang tidak relevan dengan integrasi Aljabar Linear dan Kalkulus
4	Jenis Publikasi	Artikel jurnal ilmiah, prosiding <i>peer-reviewed</i> , atau publikasi terindeks (Sinta 1-6, Scopus, atau WoS).	Artikel opini, blog, <i>preprint</i> non-jurnal, skripsi/tesis/disertasi, dan prosiding <i>non-peer-reviewed</i> .
5	Tahun Terbit	Terbit dalam rentang 10 tahun terakhir (2016 – 2026).	Terbit sebelum tahun 2016.
6	Bahasa	Ditulis dalam Bahasa Indonesia atau Bahasa Inggris.	Ditulis dalam bahasa selain Indonesia atau Inggris.
7	Akses	Naskah lengkap (<i>full text</i>) dapat diakses dan diunduh.	Hanya tersedia dalam bentuk abstrak atau tidak memiliki akses <i>full text</i> .
8	Keunikan Data	Artikel bersifat unik (data primer dari penelusuran)	Artikel merupakan hasil duplikasi dari <i>database</i> pencarian lain.

Artikel yang lolos kriteria inklusi kemudian diuji lewat tiga tahapan penyaringan bertahap. Tahap pertama mengecek aksesibilitas berkas; artikel yang tidak bisa diunduh penuh otomatis disisihkan. Tahap kedua meneliti kesesuaian judul dan abstrak dengan arah kajian. Lalu di tahap ketiga, seluruh isi teks lengkap (full-text) dibaca secara cermat. Rangkaian seleksi ini berujung pada penetapan artikel yang benar-benar relevan untuk dianalisis.

Data dari artikel terpilih dianalisis melalui dua tahap berurutan yang dibahas secara terpisah. Pada tahap pertama, analisis kualitatif dilakukan dengan mengekstraksi isi artikel ke dalam tabel yang memuat penulis dan tahun, judul, sumber beserta peringkat jurnal, fokus materi, metode penelitian, temuan utama, kesenjangan literatur, dan relevansi terhadap penelitian ini. Pada tahap kedua, analisis bibliometrik dijalankan menggunakan perangkat lunak *VOSviewer* untuk memetakan visualisasi klaster kata kunci dan relasi antar-istilah (van Eck & Waltman, 2010). Hasil dari kedua analisis terpisah ini kemudian diintegrasikan untuk menyusun kerangka kurikuler yang menjadi tujuan utama penelitian ini.

C. Hasil Dan Pembahasan

Seleksi artikel dilaksanakan melalui proses yang ketat agar korpus yang terbentuk relevan dengan pertanyaan penelitian. Gambar 2 merangkum alur seleksi mulai dari identifikasi awal hingga diperolehnya artikel final. Tahap ini menghasilkan 21 artikel yang selanjutnya dianalisis dengan mengacu pada pertanyaan penelitian.



Gambar 2. Diagram Alur Seleksi Literatur (PRISMA *Flowchart*)

Setiap artikel diekstraksi ke dalam tabel sintesis dengan sembilan komponen utama: penulis dan tahun, judul dan sumber serta peringkat jurnal, metode, subjek, temuan utama, kesenjangan literatur, hingga relevansinya terhadap penelitian ini. Pengisian kolom kesenjangan literatur merujuk pada dua hal yaitu keterbatasan yang diakui penulis artikel dan ruang kosong bahasan yang belum sempat tersentuh. Adapun pemetaan literatur ini terbagi dua, yakni sintesis literatur pembelajaran pada Tabel 2 dan sintesis teoretis pada Tabel 3.

Tabel 2. Ringkasan Sintesis Literatur Pembelajaran

No	Penulis & Tahun	Judul & Sumber	Metode	Temuan Pedagogis/Kognitif
1	Ferryansyah dkk. (2018)	<i>The Analysis of Students' Difficulty in Learning Linear Algebra</i> — Journal of Physics: Conference Series (Scopus Q4)	Kualitatif	Kesulitan sangat tinggi pada pemahaman simbol, notasi, representasi, dan penalaran logis dalam aljabar linear
2	Karjanto (2023)	<i>Investigating Difficulties and Enhancing Understanding in Linear Algebra: Leveraging SageMath and ChatGPT for (Orthogonal) Diagonalization and Singular Value Decomposition</i> — Mathematical Biosciences and Engineering (Scopus Q2)	Review	Kesalahan umum pada diagonalisasi, normalisasi vektor eigen, dan SVD; SageMath efektif untuk verifikasi hitungan, ChatGPT untuk melatih berpikir kritis
3	Dalimunthe (2025)	<i>Analysis of Students' Conceptual Difficulties in Learning Linear Algebra in Higher Education</i> — International Journal of Science and Environment (Sinta 4)	Kualitatif	Kesulitan utama pada ruang vektor, transformasi linear, operasi matriks, dan pemahaman konseptual; dipicu prasyarat lemah dan metode mengajar kurang efektif
4	Radmehr (2025)	<i>Learning Eigenvalues and Eigenvectors with Online YouTube Resources</i> — PRIMUS (Scopus Q3)	Multiple case study	Kesulitan memahami konsep nilai eigen secara formal; visualisasi video membantu pembentukan representasi konsep
5	Kouki & Griffiths (2020)	<i>Introducing Taylor Series and Local Approximations using a Historical and Semiotic Approach</i> — International Electronic Journal of Mathematics Education (Scopus Q2)	Kualitatif	Kurikulum kontemporer terlalu didominasi pendekatan aljabar dan analitis pada deret Taylor serta mengabaikan aspek grafis dan numerik yang penting secara historis
6	Tatira (2021)	<i>Mathematics Education Students' Understanding of Binomial Series Expansion Based on APOS Theory</i> — EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education (Scopus Q2)	Mixed method	Mahasiswa mampu pada level <i>action</i> , tetapi tersendat pada konstruksi mental <i>process</i> dan <i>object</i> dalam ekspansi deret binomial
7	Harel (2025)	<i>Promoting Linear Algebraic Reasoning among Students</i> — PRIMUS (Scopus Q3)	Penelitian teoretis	Intervensi pengajaran penalaran aljabar linear memberi hasil bervariasi akibat kompleksitas struktural materi dan keragaman pengetahuan awal
8	Tokgöz dkk. (2021)	<i>Undergraduate STEM Students' Comprehension of Function Series and Related</i>	Mixed method	Mahasiswa memahami gagasan aproksimasi tetapi belum memahami pusat ekspansi Taylor dan konsep

No	Penulis & Tahun	Judul & Sumber	Metode	Temuan Pedagogis/Kognitif
		<i>Calculus Concepts</i> — ASEE Conference Proceedings		deret fungsi secara konseptual
9	Piroi & Arzarelo (2024)	<i>Students' Difficulties with Eigenvalues and Eigenvectors: An Exploratory Study</i> — Italian Journal of Pure and Applied Mathematics (Scopus Q4)	Eksploratif kualitatif	Hambatan dalam memaknai definisi formal nilai dan vektor eigen, disertai konflik kognitif saat berdiskusi antarsesama mahasiswa
10	Locia-Espinoza dkk. (2020)	<i>Taylor's Formula, Limited Development, and Development of Power Series</i> — International Electronic Journal of Mathematics Education (Scopus Q2)	Kuantitatif	Penguasaan algoritma Taylor tinggi, tetapi pemahaman representasi dan makna deret pangkat lemah

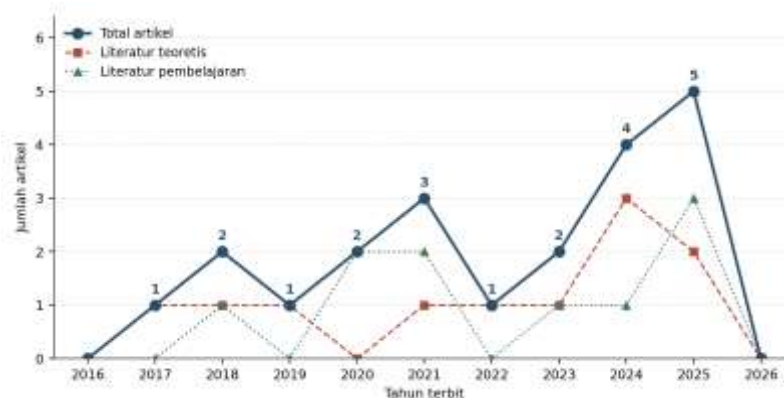
Tabel 3. Ringkasan Sintesis Literatur Teoretis

No	Penulis & Tahun	Fokus Materi & Sumber	Metode	Temuan Utama
1	Stiefenhofer (2025)	Diagonalisasi operator dan fungsi operator — Linear Algebra and its Applications (Scopus Q1)	Analisis konseptual / konstruksi aksiomatik	Menyediakan syarat diagonalisasi lokal bagi fungsi operator analitik
2	Sastre (2017)	Polinomial matriks — Linear Algebra and its Applications (Scopus Q1)	Algoritma numerik	Menghasilkan famili metode baru yang lebih efisien untuk mengevaluasi polinomial matriks
3	Bader, Blanes, & Casas (2019)	Ekspensial matriks dan aproksimasi Taylor — Mathematics, MDPI (Scopus Q1)	Analisis deduktif dan algoritma komputasi	Mengembangkan metode teroptimasi untuk menghitung polinomial Taylor pada ekspensial matriks
4	Defez dkk. (2018)	Ekspensial matriks — Journal of Computational and Applied Mathematics (Scopus Q1)	Algoritma numerik berbasis <i>spline</i>	Metode berbasis <i>matrix splines</i> yang akurat dan efisien untuk komputasi ekspensial matriks
5	Ibáñez dkk. (2021)	Logaritma matriks dan deret Taylor — Mathematics, MDPI (Scopus Q1)	Algoritma numerik berbasis deret Taylor	Algoritma deret Taylor baru yang lebih efisien untuk menghitung logaritma matriks
6	Ulfa, Nisfulaila, & Jauhari (2025)	Diagonalisasi matriks dan sistem persamaan diferensial — Jurnal Riset Mahasiswa Matematika (Sinta 5)	Analisis deduktif / teoretis	Membuktikan bahwa diagonalisasi dapat digunakan menyelesaikan sistem persamaan diferensial biasa orde satu
7	Andika, Prihandono, & Fran (2024)	Ekspensial matriks Fibonacci — BIMASTER (Sinta 4)	Analisis deduktif / eksplorasi teoretis	Menganalisis sifat ekspensial pada matriks berbasis pola Fibonacci
8	Petkov (2023)	Ekspensial matriks dan bentuk Jordan–Schur — International Journal of Mathematics	Algoritma komputasi numerik	Menyajikan versi baru algoritma Schur berbasis bentuk kanonik Jordan–Schur

No	Penulis & Tahun	Fokus Materi & Sumber	Metode	Temuan Utama
		and Mathematical Sciences (Q3)		untuk menghitung eksponensial matriks
9	Kaiser (2024)	Eksponensial matriks pada grup ortogonal khusus dan grup Lie — Mathematics, MDPI (Scopus Q1)	Analisis matematis deduktif	Menyelesaikan fungsi eksponensial matriks secara analitis untuk $SO(n)$ hingga $n = 9$ dan grup Lie G_2
10	Caratelli & Ricci (2022)	Logaritma matriks kompleks dan integral Dunford–Taylor — Axioms (Scopus Q2)	Analisis kompleks / integral operator	Menemukan logaritma matriks kompleks nonsingular melalui pendekatan integral Dunford–Taylor dan representasi fungsi
11	Saragih, Fran, & Kusumastuti (2024)	Sifat-sifat matriks eksponensial, ekspansi Maclaurin, dan diagonalisasi — AKSIOMA (Sinta 4)	Studi literatur	Sejumlah sifat fungsi eksponensial natural dapat digeneralisasi ke matriks eksponensial, terutama untuk matriks nol, invers, transpos, determinan, dan matriks yang saling komutatif

1) Perkembangan Publikasi Berdasarkan Tahun

Penelusuran awal terhadap literatur dirancang untuk merekam publikasi dalam rentang waktu sepuluh tahun, yakni 2016 hingga 2026. Namun, tidak ada artikel yang memenuhi kriteria seleksi pada tahun 2016 dan 2026. Kondisi ini menyebabkan seluruh 21 artikel yang teranalisis secara faktual terdistribusi dari tahun 2017 sampai 2025, sebagaimana disajikan pada Gambar 3.



Gambar 3. Perkembangan Publikasi Berdasarkan Tahun Terbit

Secara keseluruhan, tren volume publikasi memperlihatkan pertumbuhan yang tidak merata. Kurun waktu 2017 hingga 2020 dicirikan oleh jumlah artikel yang relatif sedikit, dengan kisaran satu hingga dua publikasi per tahun. Kondisi tersebut berubah signifikan saat memasuki rentang 2024–2025. Pada dua tahun terakhir ini, tercatat sembilan artikel berhasil diterbitkan. Jumlah tersebut mencakup 42,9% dari

total keseluruhan data yang dianalisis, dengan angka tertinggi berada pada tahun 2025 sebanyak lima artikel.

Terjadinya konsentrasi publikasi pada rentang waktu 2024–2025 dapat ditinjau dari pergeseran fokus akademis pada masing-masing bidang. Pada rumpun teoretis, kenaikan jumlah artikel sejajar dengan meluasnya penerapan matematika abstrak dalam pengembangan model komputasi dan analisis data. Sementara itu, fluktuasi pada rumpun pembelajaran mencerminkan respons akademisi terhadap dinamika lapangan. Konsentrasi artikel di tahun 2020–2021 sejalan dengan munculnya kebutuhan evaluasi pembelajaran jarak jauh, sedangkan peningkatan pada tahun 2025 menunjukkan peralihan studi menuju perancangan intervensi pembelajaran untuk mengatasi kendala pemahaman konsep mahasiswa.

2) Topik Penelitian yang Dominan

Topik penelitian dari 21 artikel yang dianalisis dikelompokkan ke dalam enam tema utama (Tabel 5). Pengelompokan ini dilakukan berdasarkan fokus materi yang dibahas pada masing-masing studi.

Tabel 5. Distribusi Topik Penelitian

Tema Topik	Jumlah	Artikel
Eksponensial matriks dan aproksimasi Taylor	6	Bader dkk. (2019); Defez dkk. (2018); Petkov (2023); Kaiser (2024); Andika (2024); Saragih dkk. (2024)
Kesulitan konseptual pada Aljabar Linear dan materi eigen	5	Ferryansyah dkk. (2018); Karjanto (2023); Dalimunthe (2025); Radmehr (2025); Piroi & Arzarello (2024)
Pemahaman deret pangkat, Taylor, dan binomial	4	Kouki & Griffiths (2020); Locia-Espinoza dkk. (2020); Tatira (2021); Tokgöz dkk. (2021)
Fungsi matriks lain (polinomial dan logaritma)	3	Sastre (2017); Ibáñez dkk. (2021); Caratelli & Ricci (2022)
Diagonalisasi dan struktur spektral	2	Stiefenhofer (2025); Ulfa dkk. (2025)
Integrasi dan transisi antarmata kuliah	1	Harel (2025)
Total	21	

Tabel 5 menunjukkan bahwa tema eksponensial matriks dan aproksimasi Taylor paling banyak dibahas dengan enam artikel, mencakup Bader dkk. (2019), Defez dkk. (2018), Petkov (2023), Kaiser (2024), Andika (2024), dan Saragih dkk. (2024). Selanjutnya, topik mengenai kesulitan konseptual pada Aljabar Linear serta materi eigen mencakup lima artikel, kemudian disusul oleh penelitian tentang pemahaman deret pangkat, Taylor, dan binomial sebanyak empat artikel. Sementara

itu, kajian yang memuat isu integrasi antarmata kuliah tercatat paling sedikit, yaitu hanya satu artikel.

Tingginya jumlah publikasi pada tema eksponensial matriks bukan tanpa alasan. Fungsi ini jadi contoh paling konkret bagaimana deret pangkat diterapkan ke dalam struktur aljabar, terutama untuk menyelesaikan sistem persamaan diferensial dan pemodelan dinamik. Karena kebutuhan perhitungan di ranah terapan ini sangat besar, para peneliti teoretis akhirnya menitikberatkan studi mereka pada efisiensi algoritma. Sementara pada ranah pendidikan matematika, fokus peneliti banyak tertuju pada materi eigen dan deret pangkat karena karakter matematisnya. Data empiris menunjukkan bahwa kedua materi tersebut memiliki tingkat abstraksi yang tinggi, sehingga di situlah masalah pemahaman mahasiswa paling sering muncul.

Penulis juga mencatat hal menarik dari minimnya riset tentang integrasi antarmata kuliah, yang hanya dibahas oleh Harel (2025) dalam korpus yang dianalisis. Tema diagonalisasi dan struktur spektral sebagai objek kajian tersendiri juga hanya diwakili dua artikel, yakni Stiefenhofer (2025) dan Ulfa dkk. (2025). Kelangkaan pada dua tema inilah yang menjadi peluang paling terbuka bagi penelitian berikutnya. Pembagian materi yang minim ini tampaknya berakar dari pembagian kurikulum di perguruan tinggi. Umumnya, kampus memisahkan mata kuliah Kalkulus dan Aljabar Linear ke dalam semester yang berbeda. Pemisahan secara administratif seperti ini membuat para peneliti terbiasa mengkaji tiap materi secara mandiri daripada melihat keterhubungan antara keduanya.

3) Sintesis Hasil Penelitian

Hasil analisis terhadap 21 artikel terpilih menunjukkan adanya lima topik utama yang saling berkaitan. Penjelasan pada bagian ini menghubungkan temuan antarmateri dan antarbidang kajian secara menyeluruh, bukan mengulas artikel satu per satu secara terpisah.

Artikel-artikel pada topik pertama menegaskan bahwa deret pangkat berfungsi sebagai dasar utama dalam merumuskan fungsi matriks. Bader dkk. (2019) menghitung nilai pendekatan eksponensial matriks lewat ekspansi polinomial Taylor. Pendekatan serupa diterapkan oleh Ibáñez dkk. (2021) untuk kasus logaritma matriks, sementara Sastre (2017) fokus pada teknik perhitungan

polinomial matriks yang menjadi dasar bagi kedua studi tersebut. Di sisi lain, Caratelli dan Ricci (2022) mengembangkannya ke bentuk penulisan integral pada bidang kompleks. Penjelasan ini makin lengkap lewat kajian Saragih dkk. (2024) yang menguji sifat-sifat matematis fungsi eksponensial ketika diterapkan pada struktur matriks. Kelima studi ini berangkat dari pijakan konseptual yang sama: pemahaman fungsi matriks bertumpu sepenuhnya pada konsep deret. Dampaknya pada ranah pembelajaran sangat jelas, yakni mahasiswa yang belum menguasai deret pangkat akan menemui hambatan besar saat mempelajari eksponensial matriks, terlepas dari seberapa lancar mereka menyelesaikan perhitungan proseduralnya.

Topik kedua membahas peran diagonalisasi sebagai teknik penyederhanaan matriks beserta batasan penggunaannya. Ulfa dkk. (2025) menggunakan teknik penyederhanaan ini pada sistem persamaan diferensial, sedangkan Andika (2024) menerapkannya pada matriks Fibonacci. Kedua studi melakukan alih basis guna mengubah perpangkatan matriks menjadi perpangkatan entri diagonal, yang mensyaratkan adanya nilai eigen berbeda dan vektor eigen yang bebas linear. Kondisi berbeda dikaji oleh Petkov (2023), yaitu ketika matriks memiliki nilai eigen berulang sehingga penyederhanaan dilakukan via pendekatan Jordan–Schur. Stiefenhofer (2025) membawa persoalan serupa ke tingkat operator analitik lewat analisis kestabilan rantai Jordan, sedangkan Kaiser (2024) membuktikan bahwa struktur matriks tertentu dapat disederhanakan memakai identitas aljabar tanpa perlu diagonalisasi secara langsung. Secara garis besar, kelompok studi ini menegaskan bahwa diagonalisasi merupakan bentuk penyederhanaan paling mendasar dari persoalan aljabar yang lebih luas, sehingga sangat ideal diposisikan sebagai materi awal pembelajaran.

Topik ketiga menyoroti ketimpangan antara penguasaan prosedur dan pemahaman konsep pada mahasiswa. Piroi dan Arzarello (2024) menemukan bahwa mahasiswa lebih lancar menghitung nilai eigen daripada memahami makna matematisnya. Tatira (2021) mencatat mahasiswa dapat mengoperasikan ekspansi binomial tanpa memahami objek di dalamnya, sementara Tokgöz dkk. (2021) menemukan masalah serupa pada penentuan pusat ekspansi Taylor. Locia-Espinoza dkk. (2020) bahkan menemukan pola tersebut pada kelompok calon guru

matematika. Di samping itu, Ferryansyah dkk. (2018) serta Dalimunthe (2025) mengidentifikasi kendala mahasiswa yang lebih luas pada penggunaan simbol, notasi, ruang vektor, dan transformasi linear. Hasil dari keenam studi ini tergolong seragam meskipun diteliti pada subjek dan negara yang berbeda. Kesamaan ini menandakan bahwa masalah utama tidak bersumber dari kemampuan individu mahasiswa, melainkan dari cara materi diajarkan yang lebih menekankan latihan hafalan langkah dibanding penanaman konsep.

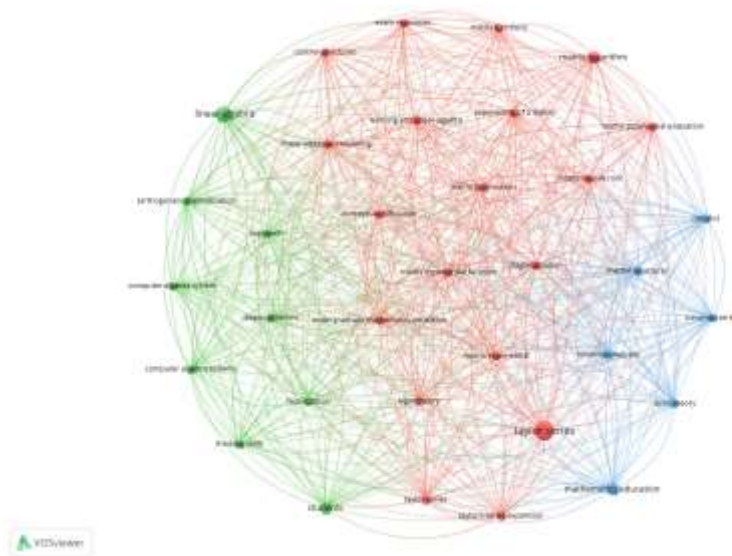
Topik keempat mengulas penggunaan media teknologi untuk mengatasi hambatan pemahaman. Karjanto (2023) memanfaatkan perangkat lunak SageMath untuk menyelesaikan perhitungan diagonalisasi dan dekomposisi nilai singular, sekaligus memberi penekanan agar penggunaan kecerdasan buatan tetap disikapi secara selektif. Radmehr (2025) menunjukkan bahwa media visual berbasis daring membantu mahasiswa memahami konsep nilai eigen yang bersifat abstrak. Sementara itu, Kouki dan Griffiths (2020) menggunakan pendekatan sejarah dan analisis simbolik untuk menjelaskan kembali arti konseptual deret Taylor yang sering tertutup oleh manipulasi rumus. Ketiga studi tersebut menyimpulkan bahwa kendala belajar mahasiswa sering bersumber dari penyampaian simbol yang abstrak, sehingga media yang memadukan bentuk simbolik dan visual dapat mengurangi hambatan tersebut. Penulis juga mencatat bahwa perangkat komputasi yang dibuat oleh Defez dkk. (2018) dan Sastre (2017) di ranah teoretis sebenarnya punya manfaat yang sama, namun belum dimanfaatkan oleh para pengembangnya sebagai media pembelajaran.

Topik kelima membahas ketidakberlanjutan materi antarmata kuliah yang menjadi fokus utama dalam penelitian ini. Harel (2025) secara spesifik menunjukkan munculnya kendala berpikir saat mahasiswa berpindah dari mata kuliah Kalkulus menuju Aljabar Linear. Pemikiran tersebut sejalan dengan temuan empiris dari studi lain: Tokgöz dkk. (2021) menemukan kelemahan mahasiswa pada pemahaman deret di Kalkulus, sedangkan Piroi dan Arzarello (2024) mencatat lemahnya penguasaan konsep nilai eigen di Aljabar Linear. Padahal, kedua topik tersebut harus dikuasai secara bersamaan agar mahasiswa mampu memahami penataan eksponensial matriks seperti yang dijelaskan oleh Andika (2024). Mahasiswa yang lemah pada salah satu materi akan kesulitan memahami konsep

ini secara menyeluruh, dan pemisahan struktur kurikulum membuat kendala tersebut sering kali tidak terdeteksi sejak awal.

4) Analisis Bibliometrik Berdasarkan Network Visualization VOSviewer

Analisis bibliometrik dilakukan terhadap kata kunci dari 21 artikel yang memenuhi syarat inklusi. Gambar 6 menyajikan visualisasi jaringan (*network visualization*) yang memperlihatkan sebaran 34 kata kunci ke dalam tiga kluster utama. Kerapatan hubungan yang tinggi ditunjukkan oleh intensitas garis penghubung yang bersilangan di area tengah peta.



Gambar 6. Network Visualization Co-occurrence Kata Kunci (VOSviewer)

Kluster merah merupakan kluster terbesar dengan 18 kata kunci dan menempati posisi pusat peta. Kata kunci yang menonjol di dalamnya mencakup *taylor series*, *matrix logarithm*, *matrix functions*, *exponential of a matrix*, *matrix polynomials*, *matrix polynomial evaluation*, *matrix square root*, *matrix exponential*, *matrix exponential function*, dan *diagonalization*. Simpul *taylor series* merupakan simpul terbesar pada keseluruhan peta, yang menandakan kata kunci ini paling sering muncul sekaligus paling banyak terhubung dengan kata kunci lain. Komposisi tersebut menegaskan bahwa kluster merah merupakan wilayah kajian matematika murni dan komputasional yang berpusat pada fungsi matriks, deret Taylor, dan pengembangan algoritma berbasis penyederhanaan struktur matriks.

Hal menarik pada kluster merah yaitu kata kunci bernuansa pembelajaran seperti *exam responses*, *conceptual difficulties*, *learning and linear algebra*, *linear-*

algebraic reasoning, dan *undergraduate mathematics education* justru terserap ke dalam klaster ini. Penyerapan tersebut menunjukkan bahwa artikel-artikel yang berupaya menjembatani kedua bidang jumlahnya masih terlalu sedikit untuk membentuk klaster tersendiri, sehingga secara algoritmik mereka tertarik ke klaster matematika murni yang jauh lebih rapat. Bacaan ini sejalan dengan hasil sintesis naratif yang menempatkan Harel (2025) sebagai satu-satunya kajian yang menamai persoalan integrasi secara langsung.

Klaster hijau memuat 10 kata kunci dan menempati sisi kiri peta. Kata kunci utamanya mencakup *linear algebra*, *students*, *(orthogonal) diagonalization*, *diagonalizations*, *sagemath*, *computer algebra system*, *computer algebra systems*, *factorization*, *eigentheory*, dan *thinking skills*. Simpul *linear algebra* dan *students* merupakan dua simpul terbesar pada klaster ini. Susunan tersebut menandai klaster hijau sebagai wilayah penelitian pendidikan matematika yang berfokus pada pembelajaran Aljabar Linear, pemanfaatan sistem aljabar komputer, dan pengembangan kemampuan berpikir mahasiswa. Keberadaan simpul *eigentheory* yang secara warna termasuk klaster hijau tetapi secara posisi berada jauh menjorok ke wilayah merah perlu dicatat, sebab simpul itu berfungsi sebagai titik singgung antara pembahasan teori nilai eigen dan pembahasan pembelajarannya.

Klaster biru merupakan klaster terkecil dengan enam kata kunci, yaitu *calculus*, *mathematics education*, *APOS theory*, *mental structures*, *binomial series*, dan *binomial theorem*. Klaster ini menempati sisi kanan peta dan sebagian simpulnya berada di tepi terluar. Komposisinya menandai wilayah penelitian yang menitikberatkan pembelajaran Kalkulus, pembentukan struktur mental mahasiswa, dan penggunaan teori APOS sebagai kerangka analisis. Ukuran klaster yang paling kecil beserta posisinya yang paling tepi memberi sinyal bahwa kajian tentang pembelajaran Kalkulus II merupakan bagian paling kurang berkembang dalam korpus ini.

Pembacaan atas hubungan antarklaster menghasilkan temuan yang paling penting dari keseluruhan analisis bibliometrik. Klaster merah berfungsi sebagai fondasi teoretis sekaligus penghubung utama, sebab hampir seluruh garis yang menghubungkan klaster hijau dengan klaster biru harus melewati wilayah merah. Klaster hijau dan klaster biru sendiri nyaris tidak memiliki garis langsung yang

tebal di antara keduanya. Dibaca secara substantif, hal ini berarti pembelajaran Aljabar Linear dan pembelajaran Kalkulus memang terhubung, tetapi hanya melalui perantara matematika murni, bukan melalui percakapan pedagogis langsung. Jembatan yang tersedia bersifat matematis, sedangkan jembatan didaktisnya belum terbangun.

5) Hambatan Pembelajaran dan Miskonsepsi Mahasiswa

Berdasarkan sintesis terhadap artikel-artikel dalam kelompok kajian pendidikan, ditemukan tiga pola utama hambatan kognitif dan miskonsepsi yang dialami mahasiswa ketika mempelajari materi Aljabar Linear dan Kalkulus II.

1. Miskonsepsi Prosedural atas Makna Konseptual

Hambatan paling dominan terletak pada ketidakmampuan mahasiswa menghubungkan prosedur komputasi dengan makna konseptual balik rumus tersebut.

a) Nilai Eigen dan Vektor Eigen.

Piroi dan Arzarello (2024) menemukan bahwa mahasiswa umumnya terampil menghitung nilai eigen melalui persamaan karakteristik $\det(\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}) = 0$, namun gagal memahami arti geometris vektor eigen sebagai arah yang invarian di bawah transformasi linear.

b) Deret Taylor.

Tokgöz dkk. (2021) mengidentifikasi bahwa mahasiswa mampu melakukan ekspansi deret hingga suku tertentu, tetapi mengalami miskonsepsi mengenai peran titik pusat ekspansi $x = a$ dan arti fisik dari sisa suku (remainder).

c) Ekspansi Binomial.

Tatira (2021) mencatat bahwa mahasiswa memperlakukan rumus binomial sekadar sebagai manipulasi simbolis tunggal (action), tanpa membentuk pemahaman objek (object) mengenai fungsi deret tersebut.

2. Kesulitan Notasi dan Representasi Simbolis

Ferryansyah dkk. (2018) serta Dalimunthe (2025) memetakan bahwa hambatan dasar mahasiswa sering kali bermula dari ketidakmampuan membaca dan menginterpretasikan notasi aljabar lanjutan. Mahasiswa mengalami kebingungan saat berpindah dari notasi skalar di mata kuliah Kalkulus ke notasi matriks di Aljabar Linear, seperti pemakaian indeks penjumlahan $\sum$, matriks transpos, dan

matriks taksingular $\mathbf{P}^{-1}$. Hambatan ini makin terlihat pada Calon Guru Matematika, sebagaimana ditunjukkan oleh Locia-Espinoza dkk. (2020), di mana keterbatasan penguasaan representasi simbolis berpotensi berlanjut pada kesalahan penyampaian materi saat mereka mengajar.

3. Fragmentasi Antara Ranah Kalkulus dan Aljabar Linear

Hambatan sistematis muncul akibat pemisahan pemahaman antar-mata kuliah. Sebagaimana dirumuskan oleh Harel (2025), mahasiswa menganggap Kalkulus dan Aljabar Linear sebagai dua subjek yang berdiri sendiri tanpa keterkaitan logis. Selain itu, mahasiswa kesulitan melihat bahwa konsep eksponensial matriks $e^{\mathbf{A}}$ merupakan persilangan langsung antara konsep deret pangkat (Kalkulus II) dan diagonalisasi matriks (Aljabar Linear). Kegagalan mengintegrasikan kedua kerangka ini mengakibatkan mahasiswa hanya menghafal rumus akhir $f(\mathbf{A}) = \mathbf{P}f(\mathbf{D})\mathbf{P}^{-1}$ tanpa memahami alasan matematis di balik proses pemfaktoran tersebut.

6) Pola Integrasi Konseptual dan Model Penyederhanaan Matematis

Bagian ini memetakan struktur matematis yang melandasi proses integrasi materi.

1. Landasan Formal

Misalkan $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ matriks persegi yang dapat didiagonalisasi, terdapat $\mathbf{P}$ taksingular dan $\mathbf{D} = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$ sehingga

$$\mathbf{A} = \mathbf{P}\mathbf{D}\mathbf{P}^{-1} \quad (1)$$

Sifat utama yang membuat dekomposisi ini efektif untuk perhitungan deret adalah sifat ketertutupannya terhadap operasi pemangkatan. Untuk $k = 2$, perpangkatan matriks dituliskan sebagai :

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^2 &= (\mathbf{P}\mathbf{D}\mathbf{P}^{-1})(\mathbf{P}\mathbf{D}\mathbf{P}^{-1}) \\ &= \mathbf{P}\mathbf{D}(\mathbf{P}^{-1}\mathbf{P})\mathbf{D}\mathbf{P}^{-1} \\ &= \mathbf{P}\mathbf{D}^2\mathbf{P}^{-1} \end{aligned} \quad (2)$$

dan dengan prinsip induksi matematika, diperoleh

$$\mathbf{A}^k = \mathbf{P}\mathbf{D}^k\mathbf{P}^{-1}, \quad \mathbf{D}^k = \text{diag}(\lambda_1^k, \dots, \lambda_n^k). \quad (3)$$

Proses saling meniadakan antar-invers di bagian tengah perkalian ini menjadi salah satu penentu pemahaman mahasiswa saat mempelajari konsep aljabar linier lanjutan. Implikasi dari sifat perpangkatan matriks tersebut berlaku secara langsung

pada deret pangkat. Apabila terdapat fungsi analitik $f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k z^k$ dengan jari-jari kekonvergenan R , pemetaan fungsi matriks $f(\mathbf{A})$ dirumuskan sebagai berikut:

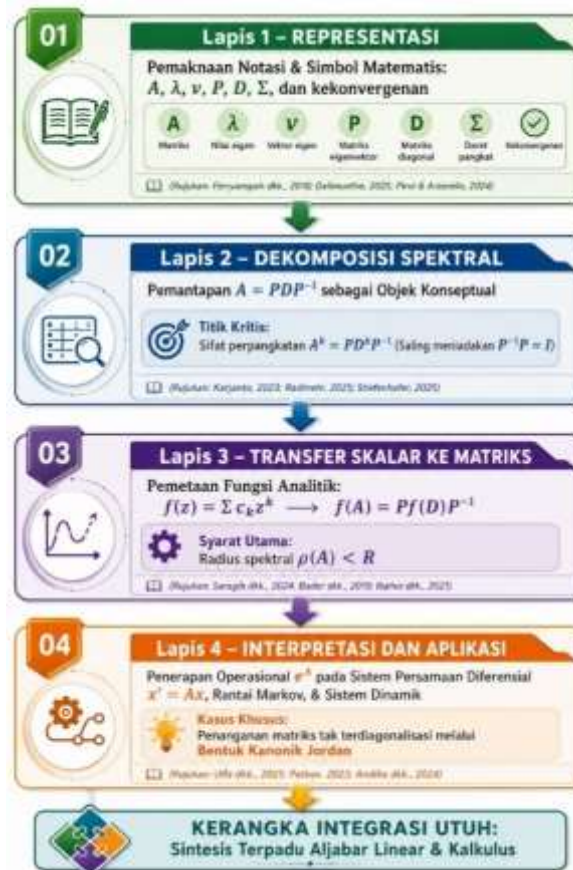
$$\begin{aligned} f(\mathbf{A}) &= \sum_{k=0}^{\infty} c_k \mathbf{A}^k \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} c_k \mathbf{P} \mathbf{D}^k \mathbf{P}^{-1} \\ &= \mathbf{P} \left(\sum_{k=0}^{\infty} c_k \mathbf{D}^k \right) \mathbf{P}^{-1} = \mathbf{P} \operatorname{diag}(f(\lambda_1), \dots, f(\lambda_n)) \mathbf{P}^{-1} \\ f(\mathbf{A}) &= \mathbf{P} f(\mathbf{D}) \mathbf{P}^{-1} \end{aligned} \quad (4)$$

dengan syarat $|\lambda_i| < R$ untuk setiap $i = 1, 2, \dots, n$.

Secara pedagogis, persamaan $f(\mathbf{A}) = \mathbf{P} f(\mathbf{D}) \mathbf{P}^{-1}$ ini memperlihatkan tiga poin penting: pertama, Perhitungan fungsi matriks pada dasarnya menyederhanakan perhitungan n buah deret skalar secara terpisah pada tiap nilai eigen λ_i . Kedua, Kekonvergenan deret matriks ditentukan secara penuh oleh nilai eigen terbesar atau radius spektral $\rho(A) = \max_i |\lambda_i|$. Ketiga, matriks $\mathbf{P}$ berfungsi mengubah representasi ruang vektor dari basis standar ke basis vektor eigen, sehingga operasi deret yang kompleks cukup dikerjakan pada entri matriks diagonal sebelum dikembalikan ke basis semula.

2. Model Sintesis Empat Lapis

Berdasarkan sintesis terhadap 21 artikel terpilih, penggabungan materi Aljabar Linear dan Kalkulus dipetakan ke dalam skema empat tingkatan yang terurut secara logis.



Gambar 7. Model Sintesis Konseptual Empat Lapis

Susunan tingkatan ini disusun berdasarkan temuan empiris pada literatur yang dianalisis. Tingkat pertama ditempatkan di posisi paling awal karena studi oleh Ferryansyah dkk. (2018) serta Dalimunthe (2025) menunjukkan bahwa kendala belajar mahasiswa pada materi aljabar linier umumnya diawali oleh ketidakpahaman terhadap simbol dan notasi dasar, bukan pada tingkat penalaran yang tinggi.

Pada tingkat kedua, mahasiswa dituntut mengubah cara pandang mereka terhadap rumus diagonalisasi $A = PDP^{-1}$. Sebagaimana dijelaskan oleh Tatira (2021), mahasiswa perlu beralih dari sekadar menjalankan urutan langkah hitungan menuju pemahaman konsep PDP^{-1} sebagai satu entitas matematis utuh yang dapat dioperasikan, terutama pada bentuk perpangkatan $A^k = PD^kP^{-1}$. Tingkat ketiga merupakan tahap utama integrasi antarmateri. Pada tahap ini, konsep fungsi analitik skalar $f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k z^k$ dipetakan ke dalam bentuk fungsi matriks $f(A) = Pf(D)P^{-1}$. Selanjutnya, tingkat keempat memberikan konteks penerapan langsung, seperti pada penyelesaian sistem persamaan diferensial $x' = Ax$, model

rantai Markov, dan pemodelan sistem dinamik, sehingga keseluruhan tahapan perhitungan matematika tersebut memiliki tujuan terapan yang jelas.

Model integrasi ini juga memuat batasan teoretis. Tidak semua matriks persegi dapat didiagonalisasi. Untuk matriks yang memiliki nilai eigen berulang dan kekurangan vektor eigen yang bebas linear, perhitungan harus beralih menggunakan bentuk kanonik Jordan, sebagaimana dibahas oleh Petkov (2023). Di samping itu, sifat dasar pada fungsi eksponensial skalar tidak bisa langsung diterapkan pada matriks. Persamaan $e^A e^B = e^{A+B}$ hanya berlaku bila $AB = BA$, sebagaimana ditegaskan Saragih dkk. (2024). Penjelasan mengenai batasan-batasan ini penting disampaikan kepada mahasiswa agar mereka dapat memahami sejauh mana aturan aljabar dasar dapat diterapkan pada struktur matriks.

D. Kesimpulan

Penelitian ini menganalisis 21 artikel yang dipilih dari 359 dokumen awal melalui tahapan seleksi PRISMA. Analisis dilakukan menggunakan sintesis literatur dan pemetaan bibliometrik VOSviewer untuk mengkaji peluang integrasi materi Aljabar Linear dan Kalkulus II melalui aplikasi diagonalisasi matriks pada deret pangkat. Hasil analisis jaringan menunjukkan pemusatan literatur pada tiga domain utama, yaitu struktur aljabar dasar, proses kognitif dalam kalkulus, serta algoritma komputasi fungsi matriks. Istilah *undergraduate mathematics education* dan *conceptual difficulties* ditemukan berada di area perbatasan antar-klaster. Pola spasial tersebut menandakan bahwa hambatan pembelajaran matematika di perguruan tinggi bukan disebabkan oleh materi pada masing-masing mata kuliah secara mandiri, melainkan dipicu oleh lemahnya penyambung konseptual pada tahap transisi antar-topik. Dari aspek pedagogis, hambatan belajar mahasiswa teridentifikasi ke dalam tiga kategori utama: keterbatasan membaca dan menginterpretasikan representasi notasi, miskonsepsi pada pemaknaan geometris nilai eigen yang memicu konflik kognitif, serta kelemahan struktural yang menahan mahasiswa pada pemahaman prosedural (*action-process*) tanpa mencapai pemahaman entitas matematis (*object*). Hambatan-hambatan tersebut diperberat oleh pemisahan penyusunan silabus dan kurikulum antar-semester.

Sebagai solusi atas permasalahan tersebut, dirumuskan kerangka sintesis konseptual empat lapis yang mencakup: penguatan representasi notasi dasar,

pemantapan dekomposisi spektral, pemetaan transfer skalar ke matriks, serta interpretasi operasional pada sistem terapan. Titik temu dari seluruh tingkatan integrasi ini berpusat pada sifat ketertutupan pemangkatan matriks $\mathbf{A}^k = \mathbf{P}\mathbf{D}^k\mathbf{P}^{-1}$. Secara teoretis, sifat pembatalan invers pada dekomposisi tersebut mereduksi penjumlahan deret matriks tak hingga menjadi evaluasi deret skalar pada tiap entri diagonal. Penataan konseptual ini menegaskan fungsi diagonalisasi matriks dari sekadar prosedur hitung mekanis menjadi jembatan kurikuler yang memperjelas alasan teknis penggabungan materi aljabar dan analisis. Bagi pendidik, model empat lapis ini dapat diterapkan sebagai kerangka penyusunan materi ajar terpadu tanpa memerlukan penambahan alokasi jam perkuliahan maupun beban bobot SKS.

Penelitian ini memiliki batasan pada jumlah dokumen yang dianalisis (21 artikel dari dua basis data rentang 2016–2026), ketergantungan peta bibliometrik pada ketersediaan metadata, serta karakter kerangka empat lapis yang masih bersifat teoritis. Oleh sebab itu, penelitian lanjutan perlu diarahkan pada tiga sasaran: pengembangan dan validasi modul ajar terintegrasi berbasis dekomposisi genetik, pengujian efektivitas instruksional melalui pendekatan *quasi-experiment* atau *design-based research*, serta perluasan model integrasi pada matriks yang tidak dapat didiagonalisasi dengan mengaplikasikan Bentuk Kanonik Jordan dan Dekomposisi Schur.

Daftar Pustaka

- Andika, D., Prihandono, B., & Fran, F. (2024). Eksponensial matriks Fibonacci. *Buletin Ilmiah Matematika, Statistika dan Terapannya (BIMASTER)*, 13(2), 209–218. <https://doi.org/10.26418/bbimst.v13i2.77000>
- Bader, P., Blanes, S., & Casas, F. (2019). Computing the matrix exponential with an optimized Taylor polynomial approximation. *Mathematics*, 7(12), 1174. <https://doi.org/10.3390/math7121174>
- Caratelli, D., & Ricci, P. E. (2022). Logarithm of a non-singular complex matrix via the Dunford–Taylor integral. *Axioms*, 11(2), 51. <https://doi.org/10.3390/axioms11020051>
- Dalimunthe, S. Z. (2025). Analysis of students' conceptual difficulties in learning linear algebra in higher education. *International Journal of Science and Environment*, 6(1), xx–yy. <https://doi.org/10.51601/ijse.v6i1.329>
- Defez, E., Ibáñez, J., Sastre, J., Peinado, J., & Ruiz, P. (2018). A new efficient and accurate spline algorithm for the matrix exponential computation. *Journal of*

- Computational and Applied Mathematics*, 337, 354–365.
<https://doi.org/10.1016/j.cam.2017.11.029>
- Ferryansyah, Widyawati, E., & Rahayu, S. W. (2018). The analysis of students' difficulty in learning linear algebra. *Journal of Physics: Conference Series*, 1028(1), 012152. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1028/1/012152>
- Harel, G. (2025). Promoting linear algebraic reasoning among students. *PRIMUS*. <https://doi.org/10.1080/10511970.2024.2327325>
- Ibáñez, J., Sastre, J., Ruiz, P., Alonso, J. M., & Defez, E. (2021). An improved Taylor algorithm for computing the matrix logarithm. *Mathematics*, 9(17), 2018. <https://doi.org/10.3390/math9172018>
- Kaiser, N. (2024). Solving the matrix exponential function for special orthogonal groups $SO(n)$ up to $n = 9$ and the exceptional Lie group G_2 . *Mathematics*, 12(1), 97. <https://doi.org/10.3390/math12010097>
- Karjanto, N. (2023). Investigating difficulties and enhancing understanding in linear algebra: Leveraging SageMath and ChatGPT for (orthogonal) diagonalization and singular value decomposition. *Mathematical Biosciences and Engineering*, 20(9). <https://doi.org/10.3934/mbe.2023738>
- Kouki, R., & Griffiths, B. J. (2020). Introducing Taylor series and local approximations using a historical and semiotic approach. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 15(2), em0574. <https://doi.org/10.29333/iejme/6293>
- Locia-Espinoza, E., Morales-Carballo, A., & Merino-Cruz, H. (2020). Taylor's formula, limited development, and development of power series. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 15(3), em0592. <https://doi.org/10.29333/iejme/7852>
- Page, M. J., McKenzie, J. E., Bossuyt, P. M., Boutron, I., Hoffmann, T. C., Mulrow, C. D., Shamseer, L., Tetzlaff, J. M., Akl, E. A., Brennan, S. E., Chou, R., Glanville, J., Grimshaw, J. M., Hróbjartsson, A., Lalu, M. M., Li, T., Loder, E. W., Mayo-Wilson, E., McDonald, S., ... Moher, D. (2021). The PRISMA 2020 statement: An updated guideline for reporting systematic reviews. *BMJ*, 372, n71. <https://doi.org/10.1136/bmj.n71>
- Petkov, P. H. (2023). Jordan–Schur algorithms for computing the matrix exponential. *International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences*, 2023, 4908185. <https://doi.org/10.1155/2023/4908185>
- Piroi, M., & Arzarello, F. (2024). Students' difficulties with eigenvalues and eigenvectors: An exploratory study. *Italian Journal of Pure and Applied Mathematics*, (52), 153–168. https://ijpam.uniud.it/online_issue/202452/13%20Piroi-Arzarello.pdf
- Radmehr, F. (2025). Learning eigenvalues and eigenvectors with online YouTube resources. *PRIMUS*, <https://doi.org/10.1080/10511970.2024.2327330>

- Saragih, D., Fran, F., & Kusumastuti, N. (2024). Sifat-sifat matriks eksponensial. *AKSIOMA: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*, 15(1), 93–104. <https://doi.org/10.26877/aks.v15i1.16741>
- Sastre, J. (2017). Efficient evaluation of matrix polynomials. *Linear Algebra and its Applications*, 539, 229–250. <https://doi.org/10.1016/j.laa.2017.11.010>
- Stiefenhofer, M. (2025). Diagonalization of operator functions by algebraic methods. *Linear Algebra and its Applications*, 725, 319–354. <https://doi.org/10.1016/j.laa.2025.07.013>
- Tatira, B. (2021). Mathematics education students' understanding of binomial series expansion based on APOS theory. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 17(12), em2044. <https://doi.org/10.29333/ejmste/11287>
- Tokgöz, E., Tekalp, E. N., Tekalp, S. B., & Tekalp, H. A. (2021). Undergraduate STEM students' comprehension of function series and related calculus concepts. *ASEE Annual Conference & Exposition Proceedings*. <https://doi.org/10.18260/1-2-37950>
- Ulfa, A. M., Nisfulaila, I., & Jauhari, M. N. (2025). Aplikasi diagonalisasi matriks dalam penyelesaian sistem persamaan diferensial biasa orde satu. *Jurnal Riset Mahasiswa Matematika*, 5(2), 89–101. <https://doi.org/10.18860/jrmm.v5i2.34798>
- van Eck, N. J., & Waltman, L. (2010). Software survey: VOSviewer, a computer program for bibliometric mapping. *Scientometrics*, 84(2), 523–538. <https://doi.org/10.1007/s11192-009-0146-3>