

FUNGSI PEMBANGKIT DALAM PEMECAHAN MASALAH KOMBINATORIKA: SYSTEMATIC LITERATURE REVIEW

Herlinawati¹, Almira Amir², Rahmat Badawi³

Program Studi Magister Tadris Matematika^{1,2,3}, Pascasarjana^{1,2,3},
Universitas Islam Negeri Syekh Ali Hasan Ahmad Addary Padangsidempuan^{1,2,3}
herlinawati301@gmail.com¹, almiraamir@uinsyahada.ac.id²,
rahmadbadawi123@gmail.com³

Abstrak

Fungsi pembangkit merupakan salah satu konsep penting dalam matematika diskrit yang menyediakan representasi aljabar terhadap barisan bilangan dan dapat digunakan untuk menyelesaikan berbagai persoalan kombinatorika. Penelitian ini bertujuan untuk mengkaji secara sistematis perkembangan penggunaan fungsi pembangkit dalam pemecahan masalah kombinatorika, bentuk fungsi pembangkit yang digunakan, jenis masalah yang diselesaikan, serta strategi matematis yang dominan digunakan dalam penelitian mutakhir. Penelitian menggunakan metode *Systematic Literature Review* (SLR) dengan pedoman *Preferred Reporting Items for Systematic Reviews and Meta-Analyses* (PRISMA 2020). Literatur yang dikaji dibatasi pada publikasi tahun 2021 sampai 2026 yang membahas fungsi pembangkit dalam konteks kombinatorika, enumerasi, barisan, partisi, permutasi, lintasan, dan struktur diskrit lainnya. Analisis dilakukan melalui identifikasi, penyaringan, seleksi kelayakan, ekstraksi data, dan sintesis tematik. Hasil kajian menunjukkan bahwa fungsi pembangkit memiliki peran utama sebagai alat untuk mentransformasikan masalah enumerasi menjadi persoalan aljabar, memperoleh hubungan rekursif, mengekstraksi koefisien, serta menganalisis sifat asimtotik suatu barisan. Fungsi pembangkit biasa, fungsi pembangkit eksponensial, fungsi pembangkit multivariat, dan fungsi pembangkit rasional merupakan bentuk yang paling relevan dalam pemecahan masalah kombinatorika. Kajian juga menunjukkan bahwa fungsi pembangkit tidak hanya berperan sebagai teknik perhitungan, tetapi sebagai kerangka representasi yang menghubungkan struktur kombinatorial dengan manipulasi aljabar dan analisis koefisien. Temuan ini menunjukkan peluang pengembangan penelitian pada integrasi fungsi pembangkit dengan metode komputasional, kombinatorika analitik, dan pembelajaran matematika diskrit.

Kata kunci: fungsi pembangkit, kombinatorika, matematika diskrit, enumerasi, systematic literature review.

A. Pendahuluan

Matematika diskrit merupakan salah satu bidang matematika yang memiliki peran penting dalam ilmu komputer, teori algoritma, statistika, kriptografi, dan berbagai bidang yang berkaitan dengan objek diskrit. Salah satu bagian utama matematika diskrit adalah kombinatorika. Kombinatorika berkaitan dengan proses menghitung, menyusun, memilih, dan menganalisis objek berdasarkan aturan tertentu.

Permasalahan kombinatorika sering menghasilkan barisan bilangan yang mempunyai pola tertentu. Ketika jumlah objek yang harus dihitung semakin besar, metode enumerasi secara langsung dapat menjadi tidak efisien. Oleh karena itu, diperlukan metode yang dapat merepresentasikan barisan dan struktur kombinatorial secara lebih sistematis.

Salah satu metode tersebut adalah fungsi pembangkit. Jika diberikan barisan $a_0, a_1, a_2, a_3, \dots$, maka fungsi pembangkit biasa (*ordinary generating function*) dari barisan tersebut didefinisikan sebagai:

$$A(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n \quad (1)$$

Bentuk eksplisit dari Persamaan (1) adalah:

$$A(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \dots \quad (2)$$

Dalam konteks kombinatorika, a_n dapat menyatakan banyaknya objek kombinatorial dengan ukuran n . Oleh karena itu, proses menentukan banyaknya objek dapat dilakukan melalui ekstraksi koefisien:

$$a_n = [x^n]A(x) \quad (3)$$

Notasi $[x^n]A(x)$ menyatakan koefisien x^n pada fungsi $A(x)$

Fungsi pembangkit juga memiliki hubungan erat dengan relasi rekurensi. Sebagai contoh, pertimbangkan barisan yang memenuhi:

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}, n \geq 2 \quad (4)$$

Dengan kondisi awal:

$$a_0 = 0, a_1 = 1 \quad (5)$$

Jika fungsi pembangkit tersebut adalah:

$$F(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n \quad (6)$$

Maka relasi rekurensi dapat ditransformasikan menjadi:

$$F(x) - x = xF(x) + x^2 F(x) \quad (7)$$

Dengan mengelompokkan suku yang memuat $F(x)$, diperoleh:

$$F(x)(1 - x - x^2) = x \quad (8)$$

Dengan demikian, fungsi pembangkitnya adalah:

$$F(x) = \frac{x}{(1-x-x^2)} \quad (9)$$

Contoh tersebut menunjukkan bahwa fungsi pembangkit dapat mengubah suatu relasi rekurensi menjadi persamaan aljabar yang dapat dianalisis lebih lanjut.

Perkembangan penelitian menunjukkan bahwa fungsi pembangkit tidak hanya digunakan untuk barisan sederhana. Dalam kombinatorika modern, fungsi pembangkit juga digunakan pada permutasi, partisi, lintasan, polinomial, struktur pohon, dan berbagai objek kombinatorial lainnya (Melczer, 2021; Pemantle et al., 2024).

Dalam kombinatorika analitik, fungsi pembangkit bahkan digunakan untuk menganalisis perilaku suatu barisan ketika ukuran objek semakin besar. Jika:

$$A(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n \quad (10)$$

Maka perhatian dapat diarahkan pada perilaku koefisien a_n Ketika:

$$n \rightarrow \infty \quad (11)$$

Melalui analisis terhadap fungsi pembangkit dan singularitasnya, informasi mengenai pertumbuhan koefisien dapat diperoleh (Melczer, 2021; Pemantle et al., 2024). Sejumlah penelitian mutakhir menunjukkan penerapan fungsi pembangkit pada berbagai objek kombinatorial. Fulman et al. (2021) mengkaji distribusi desenden dan tanda permutasi. Beaton (2022) mengkaji lintasan pada kisi persegi. Eu et al. (2022) membahas gamma-positivity pada bilangan Median Genocchi. Azam dan Richmond (2023) mengkaji fungsi pembangkit untuk interval dalam kisi Young. Jansen dan Kolesnikov (2024) mengkaji fungsi pembangkit Catalan, sedangkan Bu (2024) mengembangkan fungsi pembangkit untuk luas di bawah lintasan Dyck dan Motzkin.

Meskipun penelitian mengenai fungsi pembangkit dalam kombinatorika terus berkembang, kajian yang tersedia masih cenderung membahas objek kombinatorial tertentu secara terpisah. Penelitian terdahulu juga lebih banyak menekankan aspek teoritis, representasi fungsi, identitas, maupun karakteristik khusus dari objek yang dikaji. Kondisi tersebut menyebabkan belum terlihat secara komprehensif bagaimana fungsi pembangkit digunakan sebagai strategi pemecahan

masalah kombinatorika, mulai dari proses merepresentasikan masalah, membangun fungsi pembangkit, melakukan manipulasi aljabar, mengekstraksi koefisien, hingga menginterpretasikan hasilnya. Dengan demikian, masih terdapat ruang untuk melakukan SLR yang tidak hanya memetakan objek dan jenis fungsi pembangkit, tetapi juga mengidentifikasi pola strategi penyelesaian yang digunakan dalam penelitian mutakhir serta perkembangan pendekatan dari metode aljabar menuju kombinatorika analitik dan komputasional.

Penelitian ini bertujuan untuk mensintesis penelitian tahun 2021 sampai 2026 mengenai penggunaan fungsi pembangkit dalam pemecahan masalah kombinatorika. Fokus kajian meliputi jenis fungsi pembangkit, objek kombinatorial yang dikaji, strategi penyelesaian masalah, serta arah perkembangan penelitian.

Berdasarkan tujuan tersebut, pertanyaan penelitian dirumuskan sebagai berikut.

1. Bagaimana perkembangan penelitian mengenai fungsi pembangkit dalam pemecahan masalah kombinatorika pada periode 2021 sampai 2026?
2. Jenis fungsi pembangkit apa yang digunakan dalam penelitian kombinatorika?
3. Jenis permasalahan kombinatorika apa yang dapat diselesaikan menggunakan fungsi pembangkit?
4. Bagaimana fungsi pembangkit digunakan sebagai strategi pemecahan masalah kombinatorika?
5. Apa peluang pengembangan penelitian fungsi pembangkit dalam matematika diskrit?

B. Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan metode Systematic Literature Review (SLR). Metode ini digunakan untuk mengidentifikasi, mengevaluasi, dan mensintesis penelitian yang relevan dengan topik fungsi pembangkit dan pemecahan masalah kombinatorika. Data base yang digunakan dalam penelitian ini adalah jurnal yang terkait dengan Scopus, Web of Science, Google Scholar, Crossref, Dimensions, ERIC, Garuda, ScienceDirect dan SpringerLink

Pelaporan kajian mengikuti pedoman Preferred Reporting Items for Systematic Reviews and Meta-Analyses (PRISMA 2020). PRISMA 2020

memberikan pedoman pelaporan systematic review melalui checklist dan diagram alur seleksi literatur (Page et al., 2021).

1. Strategi Pencarian Literatur

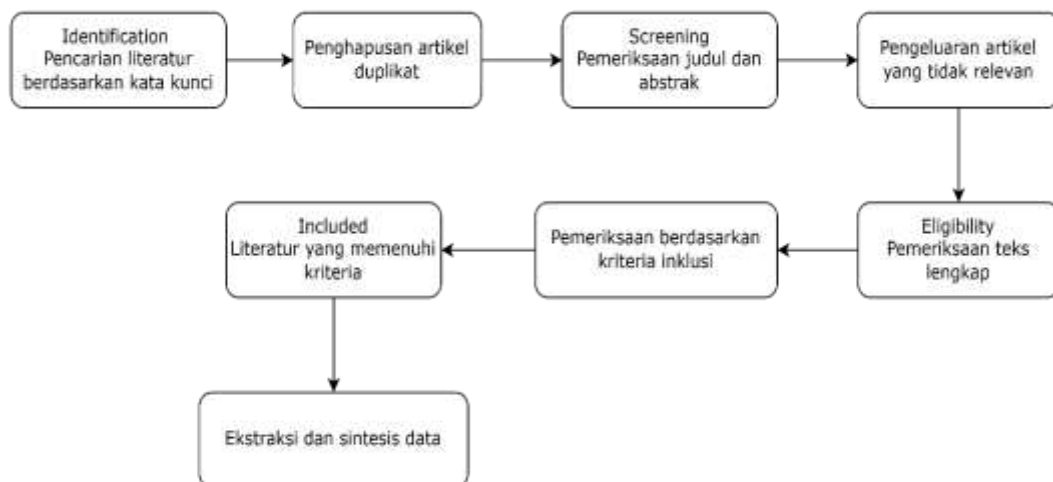
Pencarian literatur dilakukan terhadap publikasi tahun 2021 sampai 2026. Kata kunci yang digunakan meliputi: “generating functions”, “generating function” AND combinatorics, “ordinary generating functions” AND combinatorics, “exponential generating functions”, “multivariate generating functions”, “generating functions” AND enumeration, dan “generating functions” AND discrete mathematics. Literatur yang diperoleh kemudian diperiksa berdasarkan relevansi judul, abstrak, isi artikel, dan keterkaitannya dengan pemecahan masalah kombinatorika.

2. Kriteria Inklusi dan Eksklusi

Tabel 1. Kriteria Inklusi dan Eksklusi

Kriteria	Inklusi	Eksklusi
Tahun	2021 – 2026	Sebelum 2021
Topik	Fungsi pembangkit dan kombinatorika	Tidak membahas fungsi pembangkit
Bidang	Matematika diskrit dan kombinatorika	Tidak berkaitan dengan matematika diskrit
Publikasi	Artikel ilmiah dan buku akademik relevan	Sumber populer
Fokus	Enumerasi, relasi rekurensi, partisi, permutasi, lintasan, dan objek kombinatorial	Hanya menyebut fungsi pembangkit secara sekilas
Bahasa	Indonesia dan Inggris	Bahasa lain yang tidak dapat dianalisis

3. Prosedur PRISMA



Gambar 1. Bagan Prosedur PRISMA

Jumlah artikel pada setiap tahap harus diisi berdasarkan hasil pencarian aktual pada database yang digunakan sehingga tidak terjadi fabrikasi data.

4. Analisis Data

Data dianalisis secara deskriptif dan tematik. Informasi yang diekstraksi meliputi tahun publikasi, jenis fungsi pembangkit, objek kombinatorial, tujuan penggunaan fungsi pembangkit, teknik penyelesaian, dan hasil utama penelitian.

C. Hasil Dan Pembahasan

1. Fungsi Pembangkit Sebagai Representasi Masalah Kombinatorika

Hasil kajian menunjukkan bahwa salah satu fungsi utama fungsi pembangkit adalah mengubah barisan diskrit menjadi representasi aljabar. Jika suatu masalah menghasilkan barisan $a_0, a_1, a_2, \dots$, maka barisan tersebut dapat direpresentasikan sebagai:

$$A(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n \quad (12)$$

Representasi tersebut memungkinkan masalah enumerasi dipelajari melalui manipulasi aljabar.

$$\frac{1}{(1-x)} = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots \quad (13)$$

Dari Persamaan (13), koefisien x^n adalah:

$$\frac{[x^n]}{(1-x)} = 1 \quad (14)$$

$$\frac{1}{(1-x)^2} = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \dots \quad (15)$$

$$\frac{[x^n]}{(1-x)^2} = n + 1 \quad (16)$$

Contoh tersebut menunjukkan bahwa fungsi pembangkit dapat digunakan untuk memperoleh pola bilangan secara langsung melalui koefisien.

2. Fungsi Pembangkit dan Relasi Rekurensi

Relasi rekurensi merupakan salah satu bentuk permasalahan yang dapat diselesaikan menggunakan fungsi pembangkit. Misalkan suatu barisan memenuhi:

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2} \quad (17)$$

$$a_0 = 0, a_1 = 1 \quad (18)$$

$$F(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n \quad (19)$$

$$F(x) - x = xF(x) + x^2 F(x) \quad (20)$$

$$F(x) - x - xF(x) - x^2 F(x) = 0 \quad (21)$$

$$F(x)(1 - x - x^2) = x \quad (22)$$

$$F(x) = \frac{x}{(1-x-x^2)} \quad (23)$$

3. Fungsi Pembangkit Pada Masalah Partisi

Partisi bilangan merupakan salah satu objek penting dalam kombinatorika. Fungsi pembangkit partisi dapat ditulis sebagai:

$$P(x) = \prod_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(1-x^k)} \quad (24)$$

Fungsi tersebut dapat direpresentasikan dalam bentuk deret:

$$P(x) = \sum_{n=0}^{\infty} P(n)x^n \quad (25)$$

Beberapa suku awal fungsi pembangkit tersebut adalah:

$$P(x) = 1 + x + 2x^2 + 3x^3 + 5x^4 + \dots \quad (26)$$

$$P(4) = [x^4]P(x) = 5 \quad (27)$$

Penelitian mutakhir mengenai partisi memperlihatkan bahwa fungsi pembangkit dapat digunakan untuk memperoleh identitas, hubungan struktural, serta hasil asimtotik (Bringmann et al., 2025; Albion et al., 2025).

4. Fungsi Pembangkit Pada Permutasi

Permutasi merupakan objek kombinatorial yang juga banyak dikaji menggunakan fungsi pembangkit. Jumlah seluruh permutasi dari n objek diberikan oleh:

$$n! = n(n-1)(n-2) \dots 2.1 \quad (28)$$

Dalam penelitian modern, objek yang dihitung tidak hanya jumlah seluruh permutasi, tetapi juga karakteristik tertentu seperti desenden, tanda permutasi, posisi desenden, dan pola yang dihindari. Fulman et al. (2021) membahas distribusi bersama desenden dan tanda permutasi. Pan dan Zeng (2023) mengkaji enumerasi permutasi berdasarkan paritas posisi desenden.

5. Fungsi Pembangkit Pada Bilangan Catalan

Bilangan Catalan merupakan salah satu barisan penting dalam kombinatorika karena mempunyai berbagai interpretasi kombinatorial. Rumus bilangan Catalan adalah:

$$C_n = \frac{1}{(n+1)} \binom{2n}{n} \quad (29)$$

Fungsi pembangkitnya adalah:

$$C(x) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n x^n \quad (30)$$

$$C(x) = 1 + x + 2x^2 + 5x^3 + 14x^4 + \dots \quad (31)$$

Fungsi pembangkit Catalan memenuhi persamaan fungsional:

$$C(x) = 1 + xC(x)^2 \quad (32)$$

$$xC(x)^2 - C(x) + 1 = 0 \quad (33)$$

$$C(x) = \frac{(1 \pm \sqrt{1-4x})}{(2x)} \quad (34)$$

$$C(x) = \frac{(1 - \sqrt{1-4x})}{(2x)} \quad (35)$$

Jansen dan Kolesnikov (2024) menunjukkan bahwa fungsi pembangkit Catalan dapat dikaji melalui pendekatan kombinatorial terhadap logaritmanya.

6. Fungsi Pembangkit Multivariat

Masalah kombinatorika tertentu melibatkan lebih dari satu parameter. Dalam keadaan tersebut, fungsi pembangkit multivariat dapat digunakan. Untuk dua variabel, bentuknya adalah:

$$F(x, y) = \sum_{n \geq 0} \sum_{k \geq 0} a_{n,k} x^n y^k \quad (36)$$

Dalam bentuk umum dengan d variabel diperoleh:

$$F(x_1, \dots, x_d) = \sum_{n_1, \dots, n_d \geq 0} a_{n_1, \dots, n_d} x_1^{n_1} \dots x_d^{n_d} \quad (37)$$

Fungsi pembangkit multivariat memungkinkan beberapa karakteristik suatu objek disimpan secara bersamaan. Pendekatan tersebut penting dalam kombinatorika analitik (Pemantle et al., 2024).

7. Fungsi Pembangkit Dan Kombinatorika Analitik

$$A(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n \quad (38)$$

$$a_n = [x^n]A(x) \quad (39)$$

$$n \rightarrow \infty \quad (40)$$

Dengan menganalisis sifat fungsi pembangkit, terutama singularitasnya, peneliti dapat memperoleh informasi mengenai laju pertumbuhan koefisien. Melczer (2021) menjelaskan hubungan antara fungsi pembangkit dan kombinatorika analitik. Pemantle et al. (2024) mengembangkan pembahasan tersebut dalam konteks beberapa variabel. Melczer dan Ruza (2024) menunjukkan bahwa teknik kombinatorika analitik dalam beberapa variabel dapat digunakan untuk memperoleh teorema limit pada objek kombinatorial.

8. Fungsi Pembangkit Pada Lintasan Kombinatorika

Lintasan pada kisi merupakan salah satu objek yang banyak dipelajari dalam kombinatorika. Fungsi pembangkit dapat digunakan untuk menghitung jumlah lintasan yang memenuhi kondisi tertentu. Beaton (2022) mengkaji lintasan pada kisi persegi yang memenuhi aturan dua langkah. Bu (2024) mengembangkan fungsi pembangkit eksplisit yang berkaitan dengan luas di bawah lintasan Dyck dan Motzkin.

9. Fungsi Pembangkit Dan Struktur Kombinatorika Lainnya

Penelitian tahun 2021 sampai 2026 menunjukkan penerapan fungsi pembangkit pada berbagai objek kombinatorial. Bouttier dan Carrance (2021) membahas enumerasi konstelasi planar. Salas dan Sokal (2021) mengkaji hubungan rekursi dan pecahan berlanjut. Eu et al. (2022) mengkaji bilangan Median Genocchi. Proudfoot (2022) mengkaji struktur kategorikal yang berkaitan dengan himpunan hingga.

Kurşungöz dan Ömrüüzün Seyrek (2023) mengembangkan konstruksi kombinatorial fungsi pembangkit untuk partisi silinder. Azam dan Richmond (2023) mengkaji fungsi pembangkit interval pada kisi Young. Goubi (2023) menggunakan fungsi pembangkit untuk mengkaji generalisasi bilangan Simsek.

Pada periode 2024 sampai 2026, penelitian semakin berkembang menuju analisis fungsi pembangkit yang lebih kompleks. Billey dan Swanson (2024) mengkaji fungsi pembangkit siklotomik. Bean et al. (2024) membahas permutasi yang menghindari pola tertentu. Bringmann et al. (2025) mengkaji perilaku asimtotik partisi. Shablya (2025) menghubungkan fungsi pembangkit aljabar dengan algoritma pembangkitan kombinatorial. Athanasiadis (2026) menempatkan fungsi pembangkit sebagai salah satu bagian penting dalam pendekatan kombinatorial terhadap matematika diskrit.

10. Pemetaan Penggunaan Fungsi Pembangkit

Tabel 2. Pemetaan Penggunaan Fungsi Pembangkit

Jenis Masalah	Bentuk Fungsi	Tujuan Penggunaan
Barisan rekursif	Fungsi pembangkit biasa	Mengubah relasi rekurensi menjadi persamaan aljabar
Enumerasi	Fungsi pembangkit biasa	Menghitung banyaknya objek
Partisi	Fungsi pembangkit biasa	Merepresentasikan jumlah partisi
Permutasi	Fungsi pembangkit biasa/eksponensial	Menghitung dan mengklasifikasikan permutasi
Lintasan	Fungsi pembangkit biasa	Menghitung lintasan berdasarkan kondisi tertentu
Catalan	Fungsi pembangkit biasa	Merepresentasikan struktur rekursif
Banyak Parameter	Fungsi pembangkit multivariat	Menganalisis beberapa karakteristik sekaligus
Pertumbuhan koefisien	Fungsi pembangkit analitik	Menganalisis perilaku asimtotik

Berdasarkan pemetaan tersebut, fungsi pembangkit dapat ditempatkan sebagai alat transformasi dalam penyelesaian masalah kombinatorika.

Masalah Kombinatorika → Barisan → Fungsi Pembangkit → Manipulasi Aljabar → Ekstraksi Koefisien → Interpretasi (41)

11. Sintesis Tematik

Hasil sintesis menunjukkan tiga kecenderungan utama. Pertama, fungsi pembangkit tetap menjadi alat fundamental dalam enumerasi. Penelitian mengenai partisi, permutasi, lintasan, dan berbagai struktur

kombinatorial menunjukkan bahwa fungsi pembangkit masih digunakan untuk memperoleh formula dan identitas baru.

Kedua, fungsi pembangkit semakin sering dikombinasikan dengan metode analitik. Fungsi pembangkit multivariat dan kombinatorika analitik memperluas kemampuan metode tersebut untuk menangani objek dengan struktur dan parameter yang lebih kompleks.

Ketiga, terdapat perkembangan menuju pendekatan komputasional. Fungsi pembangkit dapat diintegrasikan dengan perangkat komputasi untuk melakukan ekspansi deret, manipulasi aljabar, ekstraksi koefisien, dan verifikasi pola.

12. Research Gap dan Novelty

Hasil kajian menunjukkan bahwa sebagian penelitian masih berfokus pada objek kombinatorial tertentu. Kajian yang secara khusus memetakan fungsi pembangkit berdasarkan strategi pemecahan masalah masih memiliki ruang pengembangan.

Selain itu, terdapat perbedaan fokus antara penelitian yang membahas fungsi pembangkit secara teoritis dan penelitian yang menggunakannya sebagai alat untuk menyelesaikan masalah kombinatorika. Kajian ini mencoba menghubungkan kedua perspektif tersebut melalui tahapan representasi, transformasi, manipulasi, ekstraksi, dan interpretasi.

Novelty penelitian ini terletak pada pemetaan fungsi pembangkit sebagai strategi pemecahan masalah kombinatorika, bukan hanya sebagai konsep representasi barisan. Dengan perspektif tersebut, fungsi pembangkit dapat dipahami sebagai metode yang menghubungkan permasalahan kombinatorial dengan struktur aljabar.

D. Kesimpulan

Berdasarkan hasil Systematic Literature Review, fungsi pembangkit merupakan metode yang penting dalam pemecahan masalah kombinatorika. Fungsi pembangkit memungkinkan barisan diskrit dan masalah enumerasi

direpresentasikan dalam bentuk aljabar sehingga dapat dianalisis melalui manipulasi matematis.

Fungsi pembangkit biasa banyak digunakan untuk merepresentasikan barisan dan menyelesaikan relasi rekurensi. Selain itu, fungsi pembangkit digunakan dalam masalah partisi, permutasi, lintasan, bilangan Catalan, dan berbagai struktur kombinatorial lainnya. Pada masalah yang melibatkan beberapa parameter, fungsi pembangkit multivariat memberikan representasi yang lebih fleksibel.

Kajian juga menunjukkan perkembangan menuju kombinatorika analitik. Dalam pendekatan tersebut, fungsi pembangkit digunakan tidak hanya untuk memperoleh nilai eksak, tetapi juga untuk menganalisis perilaku koefisien ketika:

$$n \rightarrow \infty$$

Secara umum, fungsi pembangkit dapat digunakan melalui tahapan:

Masalah $\rightarrow$ Barisan $\rightarrow$ Fungsi Pembangkit $\rightarrow$ Manipulasi $\rightarrow$ Ekstraksi Koefisien
 $\rightarrow$ Interpretasi

Dengan demikian, fungsi pembangkit dapat dipandang sebagai strategi matematis yang menghubungkan masalah kombinatorika dengan representasi aljabar dan analisis koefisien. Penelitian selanjutnya dapat diarahkan pada pengembangan fungsi pembangkit berbasis komputasi, fungsi pembangkit multivariat, kombinatorika analitik, serta pemanfaatannya dalam pembelajaran matematika diskrit.

Daftar Pustaka

- Albion, S., Eisenkölbl, T., Fischer, I., Gangl, M., Höngesberg, H., Krattenthaler, C., & Rubey, M. (2025). A generalization of conjugation of integer partitions. *Electronic Journal of Combinatorics*, 32(2), P2.37. <https://doi.org/10.37236/13489>
- Azam, F. A., & Richmond, E. (2023). On the generating function for intervals in Young's lattice. *Electronic Journal of Combinatorics*, 30(2), P2.16. <https://doi.org/10.37236/11407>
- Athanasiadis, C. A. (2026). *Discrete mathematics: A combinatorial approach*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-032-14290-0>
- Beaton, N. (2022). Walks obeying two-step rules on the square lattice: Full, half and quarter planes. *Electronic Journal of Combinatorics*, 29(1), P1.14. <https://doi.org/10.37236/10007>

- Bean, C., Nadeau, É., Pantone, J., & Ulfarsson, H. (2024). Permutations avoiding bipartite partially ordered patterns have a regular insertion encoding. *Electronic Journal of Combinatorics*, 31(3), P3.3. <https://doi.org/10.37236/12686>
- Billey, S. C., & Swanson, J. P. (2024). Cyclotomic generating functions. *Electronic Journal of Combinatorics*, 31(4), P4.4. <https://doi.org/10.37236/12687>
- Bringmann, K., Craig, W., & Nazaroglu, C. (2025). On the asymptotic behavior for partitions separated by parity. *Electronic Journal of Combinatorics*, 32(1), P1.2. <https://doi.org/10.37236/12886>
- Bouttier, J., & Carrance, A. (2021). Enumeration of planar constellations with an alternating boundary. *Electronic Journal of Combinatorics*, 28(3), P3.21. <https://doi.org/10.37236/10149>
- Bu, A. J. (2024). Explicit generating functions for the sum of the areas under Dyck and Motzkin paths (and for their powers). *Discrete Mathematics Letters*, 14, 1–6. <https://doi.org/10.47443/dml.2024.090>
- Conway, A. R., Conway, M., Elvey Price, A., & Guttman, A. J. (2022). Pattern-avoiding ascent sequences of length 3. *Electronic Journal of Combinatorics*, 29(4), P4.25. <https://doi.org/10.37236/11266>
- Defant, C., Elvey Price, A., & Guttman, A. J. (2021). Asymptotics of 3-stack-sortable permutations. *Electronic Journal of Combinatorics*, 28(2), P2.49. <https://doi.org/10.37236/10134>
- Dockery, D., Jameson, M., Sellers, J. A., & Wilson, S. (2024). d-fold partition diamonds. *Discrete Mathematics*, 347(12), 114163. <https://doi.org/10.1016/j.disc.2024.114163>
- Eu, S.-P., Fu, T.-S., Lai, H.-H., & Lo, Y.-H. (2022). Gamma-positivity for a refinement of median Genocchi numbers. *Electronic Journal of Combinatorics*, 29(2), P2.15. <https://doi.org/10.37236/10312>
- Fulman, J., Kim, G. B., Lee, S., & Petersen, T. K. (2021). On the joint distribution of descents and signs of permutations. *Electronic Journal of Combinatorics*, 28(3), P3.37. <https://doi.org/10.37236/10222>
- Godar, C., & Young, B. (2025). Bijectivizing the PT–DT correspondence. *Electronic Journal of Combinatorics*, 32(2), P2.51. <https://doi.org/10.37236/13789>
- Goubi, M. (2023). Generating functions for generalization Simsek numbers and their applications. *Applicable Analysis and Discrete Mathematics*, 17(1), 262–272. <https://doi.org/10.2298/AADM200522005G>
- Hemmer, D. J. (2025). Generating functions for fixed points of the Mullineux map. *European Journal of Combinatorics*, 127, 104141. <https://doi.org/10.1016/j.ejc.2025.104141>

- Jansen, S., & Kolesnikov, L. (2024). Logarithms of Catalan generating functions: A combinatorial approach. *Electronic Journal of Combinatorics*, 31(1), P1.46. <https://doi.org/10.37236/11855>
- Kurşungöz, K., & Ömrüuzun Seyrek, H. (2023). Combinatorial constructions of generating functions of cylindric partitions with small profiles into unrestricted or distinct parts. *Electronic Journal of Combinatorics*, 30(2), P2.29. <https://doi.org/10.37236/11287>
- Melczer, S. (2021). Generating functions and analytic combinatorics. In *Algorithmic and symbolic combinatorics* (pp. 21–91). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-67080-1_2
- Melczer, S., & Ruza, T. (2024). Central limit theorems via analytic combinatorics in several variables. *Electronic Journal of Combinatorics*, 31(2), P2.27. <https://doi.org/10.37236/11732>
- Pan, Q., & Zeng, J. (2023). Enumeration of permutations by the parity of descent positions. *Discrete Mathematics*, 346(10), 113575. <https://doi.org/10.1016/j.disc.2023.113575>
- Page, M. J., McKenzie, J. E., Bossuyt, P. M., Boutron, I., Hoffmann, T. C., Mulrow, C. D., Shamseer, L., Tetzlaff, J. M., Akl, E. A., Brennan, S. E., Chou, R., Glanville, J., Grimshaw, J. M., Hróbjartsson, A., Lalu, M. M., Li, T., Loder, E. W., Mayo-Wilson, E., McDonald, S., McGuinness, L. A., Stewart, L. A., Thomas, J., Tricco, A. C., Welch, V. A., Whiting, P., & Moher, D. (2021). The PRISMA 2020 statement: An updated guideline for reporting systematic reviews. *BMJ*, 372, n71. <https://doi.org/10.1136/bmj.n71>
- Pemantle, R., Wilson, M. C., & Melczer, S. (2024). *Analytic combinatorics in several variables* (2nd ed.). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/9781108874144>
- Proudfoot, N. (2022). A type B analogue of the category of finite sets with surjections. *Electronic Journal of Combinatorics*, 29(3), P3.34. <https://doi.org/10.37236/11186>
- Salas, J., & Sokal, A. D. (2021). The Graham–Knuth–Patashnik recurrence: Symmetries and continued fractions. *Electronic Journal of Combinatorics*, 28(2), P2.18. <https://doi.org/10.37236/9766>
- Shablya, Y. V. (2025). Combinatorial generation algorithms based on and/or tree structures for a class of algebraic generating functions. *Modelirovanie i Analiz Informatsionnykh Sistem*, 32(4), 360–383. <https://doi.org/10.18255/1818-1015-2025-4-360-383>
- Testart, B. (2025). Completing the enumeration of inversion sequences avoiding one or two patterns of length 3. *Electronic Journal of Combinatorics*, 32(4), P4.46. <https://doi.org/10.37236/13750>