

DESKRIPSI KEMAMPUAN PENALARAN KOVARIASIONAL DALAM MEMODELKAN GRAFIK FUNGSI: STUDI PADA MAHASISWA JURUSAN MATEMATIKA FMIPA UNM

Alimuddin Tampa¹, Indo Tenri Angka², dan Sahid^{3*}

Jurusan Matematika^{1,2,3}, FMIPA^{1,2,3}, Universitas Negeri Makassar^{1,2,3}

alimuddin@unm.ac.id¹, indotenriangka08@gmail.com², sahid.ss181015@unm.ac.id^{3*}

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan kemampuan dan kesulitan penalaran kovariasional mahasiswa Jurusan Matematika di FMIPA UNM. Penelitian ini menggunakan metode campuran dan desain the explanatory sequential. Subjek penelitian ini terdiri dari 30 mahasiswa angkatan 2022 Tahun Akademik 2023/2024. *Pemilihan subjek dengan menggunakan teknik purposive, dengan pertimbangan dalam pemilihan subjek adalah mahasiswa yang telah lulus mata kuliah kalkulus. Sebanyak 30 mahasiswa terpilih untuk diberikan tes penalaran kovariasional.* Pengumpulan data dilakukan dengan menggunakan tes tertulis (*tes penalaran kovariasional*) dan wawancara semi-terstruktur. Data dianalisis secara kuantitatif untuk mengklasifikasikan tingkat kemampuan penalaran kovariasional mahasiswa, dilanjutkan dengan analisis kualitatif untuk mengungkap kesulitan penalaran kovariasional mahasiswa. Hasil penelitian menunjukkan bahwa mahasiswa mampu mengidentifikasi variabel yang terlibat dalam masalah kovariasional. Namun, kemampuan penalaran kovariasional mereka secara keseluruhan masih terbatas. Hasil tes penalaran kovariasional menunjukkan bahwa kemampuan penalaran kovariasional mahasiswa mencakup 3 aspek yaitu: (1) aspek mengidentifikasi variabel relevan dan menjelaskan hubungan antar variabel tetapi mahasiswa mengalami asimilasi saat memberikan alasan hubungan antar variabel, (2) aspek mengkoordinasi perubahan variabel dengan mempertimbangkan konteks masalah. (3) aspek mengkonstruksi hubungan variabel dalam grafik fungsi akan tetapi hanya sedikit mahasiswa yang mampu mencapai aspek ini. Selain itu, mahasiswa menunjukkan integrasi kemampuan pemrosesan visual yang tidak memadai, mengakibatkan kesulitan mengidentifikasi arah perubahan grafik dan kecenderungan fokus pada kuantitas tunggal daripada hubungan variabel yang terkait.

Kata Kunci: Kemampuan Penalaran, Penalaran Kovariasional, Grafik Fungsi.

A. Pendahuluan

Penalaran kovariasional merupakan bagian dari penalaran matematis. Penalaran kovariasional menjadi kemampuan dasar untuk memahami berbagai konsep matematika seperti perubahan, variasi, dan kovariansi dari kuantitas (Kertil, 2020). Penalaran kovariasional adalah aktivitas mental yang berhubungan dengan pengkoordinasian dua kuantitas antara variabel bebas dan terikat, yang apabila salah satu kuantitas berubah akan

menyebabkan perubahan kuantitas yang lain (Carlson, 2002; Zimmerman dkk, 2023). Definisi ini diperkuat oleh Subanji (2011) yang menyatakan bahwa penalaran kovariasional merupakan aktivitas mental yang melibatkan pengkoordinasian dua kuantitas yang saling berkaitan satu sama lain. Penalaran kovariasional dapat dinyatakan dalam berbagai bentuk representasi, baik aljabar, visual dalam grafik, maupun dalam konteks kehidupan sehari-hari (Archi Mauliyda & Khairunnisa, 2019).

Salah satu materi terkait penalaran kovariasional adalah terkait grafik fungsi. Pentingnya memiliki keterampilan dan pengetahuan yang mendalam mengenai konsep fungsi dan menggambar grafik fungsi agar membangun pemahaman mahasiswa terkait konsep dasar kalkulus (Hidayanto, 2012; Jaenudin, 2022). Penalaran kovariasional menjadi dasar fundamental dalam memahami konsep-konsep utama dalam kalkulus (Fuad dkk, 2019; Sandie dkk, 2019). Dalam penelitian ini akan difokuskan bagaimana mahasiswa menyatakan fungsi secara visual. Kemampuan visual yang dimaksud adalah kemampuan seseorang dalam memodelkan grafik fungsi yang tidak hanya sekedar menggambarkan grafik, tetapi juga mencakup kemampuan untuk memaknai dan menjelaskan keterkaitan antar grafik tersebut. Untuk mencapai pemahaman dalam konsep fungsi, mahasiswa harus mampu mengkarakterisasi hubungan fungsional dalam konteks dunia nyata dengan menggunakan notasi fungsi, terampil berinteraksi dengan berbagai jenis representasi fungsi seperti rumus, tabel, atau grafik, mampu beralih antara berbagai representasi yang mewakili fungsi yang sama, serta mampu merepresentasikan dan menginterpretasikan aspek-aspek kovarian dari fungsi tersebut (Umah dkk, 2014).

Berdasarkan hal tersebut, penalaran kovariasional mahasiswa dapat dilihat dari kemampuannya dalam memahami dan memodelkan grafik fungsi. Namun, kenyataan di lapangan menunjukkan bahwa penalaran kovariasional mahasiswa masih cenderung berada pada kategori rendah. Kondisi ini terlihat dari hasil jawaban mahasiswa dalam mengerjakan soal memodelkan grafik fungsi dari masalah penalaran kovariasional yang diberikan. Observasi awal yang dilakukan pada mahasiswa menunjukkan bahwa mahasiswa masih kurang optimal dalam bernalar ketika menyelesaikan soal yang diberikan. Temuan ini sejalan dengan penelitian Thomson dan Silverman (2008) serta Monk (1992) yang memperlihatkan bahwa kemampuan mahasiswa untuk menafsirkan grafik fungsi berkembang secara lambat dan mahasiswa cenderung tidak melihat grafik fungsi sebagai representasi suatu kovariansi.

Adapun indikator penalaran kovariasional dalam memodelkan grafik fungsi dalam penelitian yang dilakukan oleh Rahman, Juniati, & Yuli (2023) disajikan dalam tabel berikut.

Tabel 1 Indikator Penalaran Kovariasional dalam Memodelkan Grafik Fungsi.

Aspek-aspek Penalaran Kovariasional	Indikator	Level
Mengidentifikasi	Menentukan variabel yang sesuai dari masalah kovariasi	L1
	Menjelaskan hubungan antara dua variabel secara kualitatif	L2
Mengkoordinasikan	Menentukan pola perubahan antara dua variabel dan menentukan arahnya	L3
	Menentukan besarnya perubahan satu variabel jika dilihat dari variabel lain	L4
Mengkonstruksi	Merepresentasikan hubungan antara variabel secara umum dalam sebuah grafik	L5

Penelitian ini berfokus pada: “Bagaimana deskripsi kemampuan penalaran kovariasional yang dialami mahasiswa jurusan matematika FMIPA UNM dalam memodelkan grafik fungsi?”. Untuk menjawab pertanyaan penelitian tersebut, hasil analisis kemampuan mahasiswa matematika dalam menganalisis grafik fungsi melalui tiga tahapan. Pertama, mahasiswa diberikan soal berupa ilustrasi tabung labu yang diisi air hingga penuh. Kedua, mahasiswa diminta memilih grafik fungsi yang tepat untuk menginterpretasikan perubahan yang terjadi dalam tabung labu. Ketiga, mahasiswa diminta menuliskan alasan pemilihan grafik tersebut.

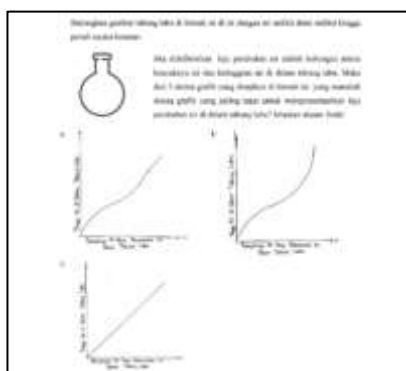
Situasi ini memungkinkan untuk menggambarkan kemampuan penalaran kovariasional mahasiswa matematika secara komprehensif. Informasi yang diperoleh dari penelitian ini diharapkan dapat dijadikan referensi untuk perbaikan proses pembelajaran kalkulus bagi mahasiswa matematika, khususnya dalam aspek penalaran kovariasional dan pemodelan grafik fungsi.

B. Metode

Desain penelitian yang digunakan adalah *the explanatory sequential design*. Menurut Creswell & Plano Clark (2018) *the explanatory sequential design* adalah metode penelitian kombinasi yang menggabungkan metode penelitian kuantitatif dan kualitatif secara berurutan. Pada tahap pertama penelitian dilakukan dengan menggunakan metode kuantitatif, kemudian pada tahap kedua dilanjutkan dengan metode kualitatif untuk memperdalam pemahaman terhadap hasil kuantitatif yang diperoleh. Subjek dalam penelitian ini adalah seluruh mahasiswa aktif di Jurusan Matematika FMIPA UNM

Angkatan 2022. Pemilihan subjek dengan menggunakan teknik *purposive*, dengan pertimbangan dalam pemilihan subjek adalah mahasiswa yang telah lulus mata kuliah kalkulus. Sebanyak 30 mahasiswa terpilih untuk diberikan tes penalaran kovariasional. Selanjutnya, berdasarkan hasil tes tersebut, peneliti memilih mahasiswa untuk diwawancarai. Dalam menentukan subjek wawancara, peneliti menggunakan data yang diperoleh dari hasil tes penalaran kovariasional, yaitu 2 mahasiswa untuk setiap variasi jawaban pada setiap indikator penalaran kovariasional.

Data penelitian ini dikumpulkan melalui pemberian tes penalaran kovariasional dan wawancara. Tes ini dimodifikasi dari penelitian Carlson (2002), yang kemudian disajikan dalam bentuk two tier test terkait grafik fungsi diajukan kepada mahasiswa. Setelah tes dikembangkan, 2 validator dosen matematika melalui P3MP Matematika FMIPA UNM memeriksa tes tersebut. Kemudian koreksi yang diperlukan dilakukan dan versi final dari tes diberikan. Contoh pertanyaan diberikan dalam Gambar 1.



Gambar 1 Tes Penalaran Kovariasional

Jawaban mahasiswa terhadap soal-soal yang diberikan dianalisis dengan tabel penilaian kategorikal. Tabel penilaian kategori dibuat berdasarkan pilihan grafik mahasiswa yang dikemukakan oleh Rahman, Juniati, & Yuli (2023). Untuk memperkuat temuan data digunakan triangulasi metode dan triangulasi sumber. Triangulasi metode dilakukan melalui wawancara bagian pertama untuk menguji keabsahan jawaban tertulis mahasiswa dari hasil interpretasi grafik fungsi. Kegiatan wawancara dilakukan tanpa penyerahan lembar jawaban tes sebelumnya sehingga peneliti dapat mengevaluasi kesamaan antara jawaban tes mahasiswa dan hasil wawancara. Selanjutnya, mahasiswa diberikan masalah baru berupa membayangkan kerucut terbalik yang diisi dengan air hingga penuh, kemudian mereka diminta menggambar grafik yang merepresentasikan masalah tersebut. Triangulasi sumber dilakukan dengan menggunakan dua subjek

berbeda dengan jenis respons interpretasi yang sama. Analisis data kualitatif dilakukan berdasarkan Miles, dkk. (2014) yaitu *data collection*, *data condensation*, *data display*, dan *conclusions drawing*.

C. Hasil dan Pembahasan

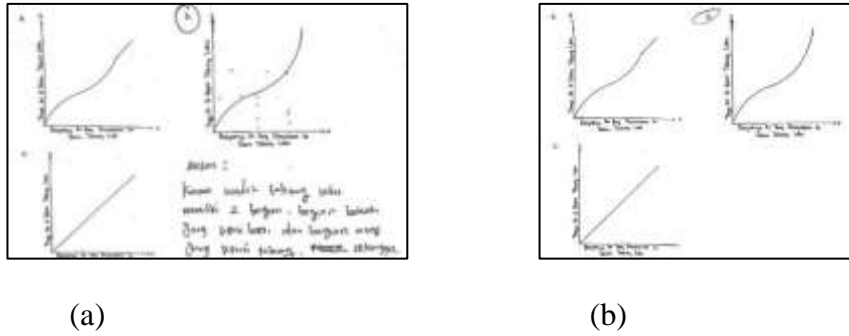
Berdasarkan hasil tes yang diberikan kepada 30 mahasiswa, diperoleh hanya 11 mahasiswa (37%) yang mampu memberikan jawaban benar. Selain itu, terdapat 2 mahasiswa (7%) yang memberikan jawaban benar tetapi dengan alasan yang salah. Sedangkan 17 mahasiswa (57%) lainnya memberikan jawaban yang salah. Tingginya persentase jawaban yang salah menunjukkan adanya kesenjangan yang cukup besar dalam pemahaman materi ini di antara para mahasiswa. Hal ini sejalan dengan penelitian Rasudi dkk (2021), yang menemukan bahwa terdapat subjek mengalami asimilasi atau proses memahami suatu masalah baru dari pemahaman yang telah dimiliki. Namun, proses yang dilakukan belum lengkap sehingga jawaban tidak sesuai dengan masalah yang diberikan.

Selanjutnya, dipilih 5 subjek untuk dilakukan wawancara mendalam terkait kemampuan penalaran kovariasional. Kelima subjek penelitian ini dapat menunjukkan variabel yang tepat dari suatu masalah kovariasional (L1). Akan tetapi, untuk menjelaskan keterkaitan antar variabel (L2) hanya dapat ditunjukkan oleh empat subjek. Menentukan pola perubahan pada masalah kovariasional (L3) hanya ditunjukkan oleh tiga subjek. Sedangkan menentukan besar perubahan suatu variabel terhadap variabel lainnya (L4) dan merepresentasikan masalah kovariasional dalam sebuah grafik (L5) ditunjukkan oleh dua subjek. Berikut ini disajikan secara singkat deskripsi penalaran kovariasional mahasiswa jurusan matematika FMIPA UNM.

Aspek Mengidentifikasi

Menentukan variabel yang sesuai dari suatu masalah kovariasional (L1)

Pada tahap ini, mahasiswa mengidentifikasi variabel yang tepat untuk masalah tabung labu maupun pada kerucut terbalik. Berikut hasil tes dan wawancara mahasiswa pada L1 penalaran kovariasional.

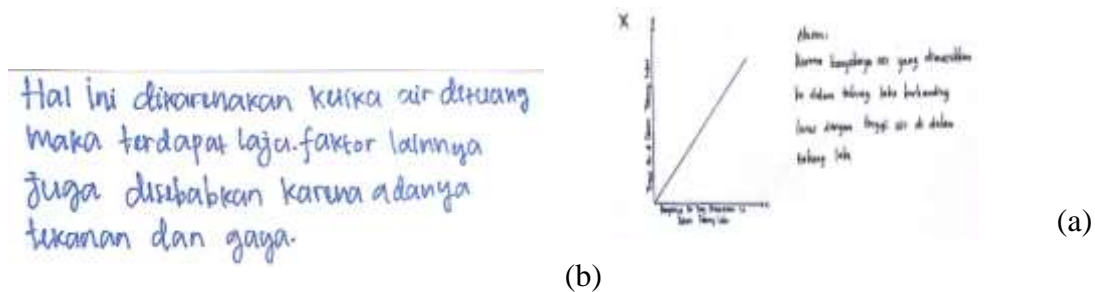


Gambar 2 (a) S1A Level 1 Penalaran Kovariasional, (b) S2A Level 1 Penalaran Kovariasional

Dalam menentukan variabel yang tepat, S1A melakukan identifikasi dan pengamatan langsung pada masalah tersebut dan memberikan informasi apa saja yang S1A peroleh dari hasil identifikasinya. S1A menyatakan terdapat dua variabel “*Informasi penting yang saya dapat ketika membaca soalnya adalah kita diminta untuk menentukan laju perubahan air, dimana hubungan antara banyak air dengan ketinggian air. Saya disini mengasumsikan banyaknya air sebagai sumbu x dan ketinggian air sebagai sumbu y.*”. Begitupun dengan subjek S2A, secara langsung mengidentifikasi masalah penalaran kovariasional. “*Ada sebuah tabung labu yang mau diisi air dengan x adalah banyaknya air dalam tabung labu dan y adalah ketinggian air pada tabung labu tersebut.*”. Hasil ini menunjukkan bahwa subjek mengidentifikasi masalah dengan baik, sehingga mereka dapat menunjukkan variabel yang terlibat dalam masalah penalaran kovariasional tersebut.

Menjelaskan hubungan antar variabel secara kualitatif (L2)

Pada tahap ini, mahasiswa menjelaskan secara kualitatif hubungan antar variabel yang telah mereka identifikasi pada L1. Sebagai contoh berikut hasil tes dan wawancara mahasiswa pada L2 penalaran kovariasional.



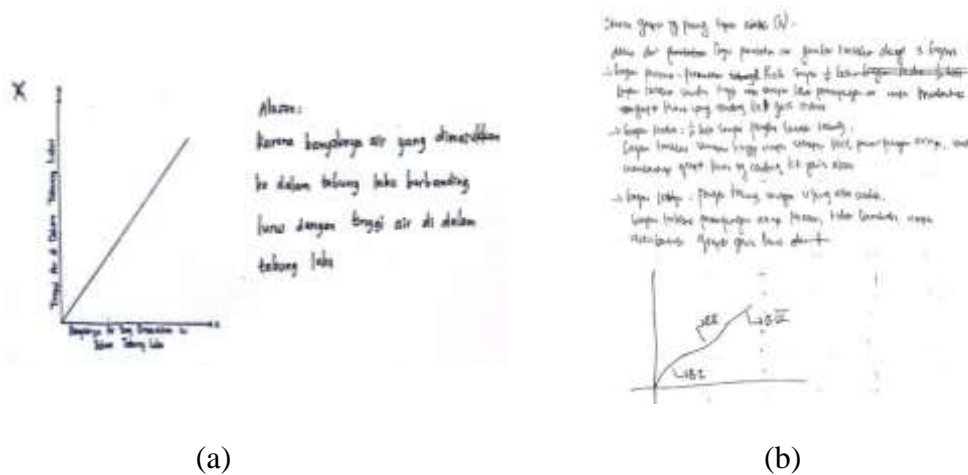
Gambar 3 (a) S1B Level 2 Penalaran Kovariasional, (b) S2B Level 2 Penalaran Kovariasional

Untuk dapat menjelaskan keterkaitan antar variabel, S1B menggunakan pendekatan fisika. Dalam hal ini, S1B beranggapan bahwa saat gaya (air yang dituangkan kedalam tabung labu) diberikan pada suatu benda maka akan memberikan pengaruh terhadap tekanannya (ketinggian air pada tabung labu). Adapun kutipan wawancara dengan S1B, “Sebenarnya saat membaca soal yang terlintas adalah saat mauki memberikan gaya terhadap sesuatu pasti dipengaruhi dengan tekanan. Seperti waktu SMA, pernah dipelajari terkait frekuensi gelombang dan saya teringat dengan mata kuliah trigonometri yang terkait juga. Jadi saya beranggapan sama”. Lain halnya dengan S2B, yang menjelaskan bahwa keterkaitan antara variabel x dan y pada masalah tersebut akan berbanding lurus. Saat salah satu variabelnya ditambah misal banyaknya air, hal ini akan mempengaruhi ketinggian air tersebut. Adapun kutipan wawancara dengan subjek S2B, “Suatu variabel yang apabila berubah akan mempengaruhi variabel lainnya. Contohnya pada kasus ini, sumbu x dipengaruhi oleh sumbu y ”. Hal ini menunjukkan bahwa kemampuan mahasiswa dalam mengidentifikasi hubungan antar variabel masih kurang.

Aspek Mengkoordinasi

Menentukan pola perubahan dan arah grafik masalah kovariasional (L3)

Pada tahap ini, mahasiswa menentukan pola perubahan dan arah grafik yang dianggap benar untuk merepresentasikan masalah kovariasional. Sebagai contoh berikut hasil tes dan wawancara mahasiswa pada L3 penalaran kovariasional.



Gambar 4 (a) S1C Level 3 Penalaran Kovariasional, (b) S2C Level 3 Penalaran Kovariasional

Subjek S1C pada level 3 dalam menentukan pola perubahan dan arah grafik masalah penalaran kovariasional masih keliru. S1C beranggapan bahwa, air yang

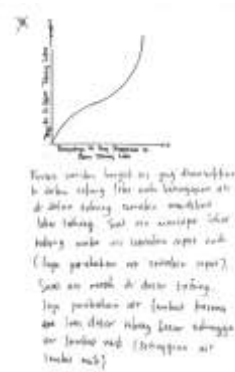
dimasukkan kedalam tabung labu tersebut akan berbanding lurus antara ketinggian dan banyaknya air yang dimasukkan. Dalam hal ini, S1C berkesimpulan grafik akan konstan dikarenakan banyaknya air akan selalu mengikuti kapasitas wadah dan ketinggian air akan mengikuti ketinggian tabung labu. *“Saat air diisi dengan kecepatan konstan setiap detiknya maka penambahan tinggi air didalam botol juga konstan. Sehingga grafiknya akan berbanding lurus antara banyak air dan tinggi air”*. Pemahaman ini menyebabkan S1C menjawab grafik yang konstan juga akan terbentuk apabila tabung labu tersebut diganti dengan kerucut terbalik. Berbeda dengan S2C dalam menentukan perubahan dan arah grafik, S2C membagi tabung labu menjadi beberapa bagian. bagian bawah bola sampai dengan $\frac{1}{2}$ bagian bola tersebut. Selanjutnya, S2C memberikan penjelasan kecondongan grafik yang terbentuk ke sumbu y . Kemudian, bagian kedua adalah bagian $\frac{1}{2}$ bola sampai bagian pangkal bawah tabung tersebut. S2C menjelaskan bagian kedua ini akan membentuk grafik yang condong ke sumbu x . Terakhir, bagian ketiga yakni bagian yang menyerupai tabung. S2C menjelaskan bahwa pada bagian ini grafik yang terbentuk akan konstan. *“Grafiknya akan melengkung ke atas kalau wadahnya semakin keatas semakin melebar karena semakin banyak diisikan air semakin lamaki untuk tinggi, begitu juga sebaliknya. Jika wadahnya semakin menyempit wadahnya akan melengkung ke bawah. Sedangkan, untuk wadah yang mirip tabung ini grafiknya akan konstan sehingga arahnya seperti ini (tunjuk grafik a).”*. Hal ini menunjukkan bahwa untuk mampu menentukan pola dan arah perubahan grafik yang terbentuk harus memperhatikan bentuk dari wadah tersebut. Dalam hal ini sebagian besar mahasiswa keliru pada tahap ini.

Menentukan besar perubahan suatu variabel terhadap variabel lainnya (L4)

Pada tahap ini, mahasiswa menentukan besar perubahan suatu variabel terhadap variabel lainnya. Sebagai contoh berikut hasil tes dan wawancara mahasiswa pada L4 penalaran kovariasional.



(a)



(b)

Gambar 5 (a) S1D Level 4 Penalaran Kovariasional, (b) S2D Level 4 Penalaran Kovariasional

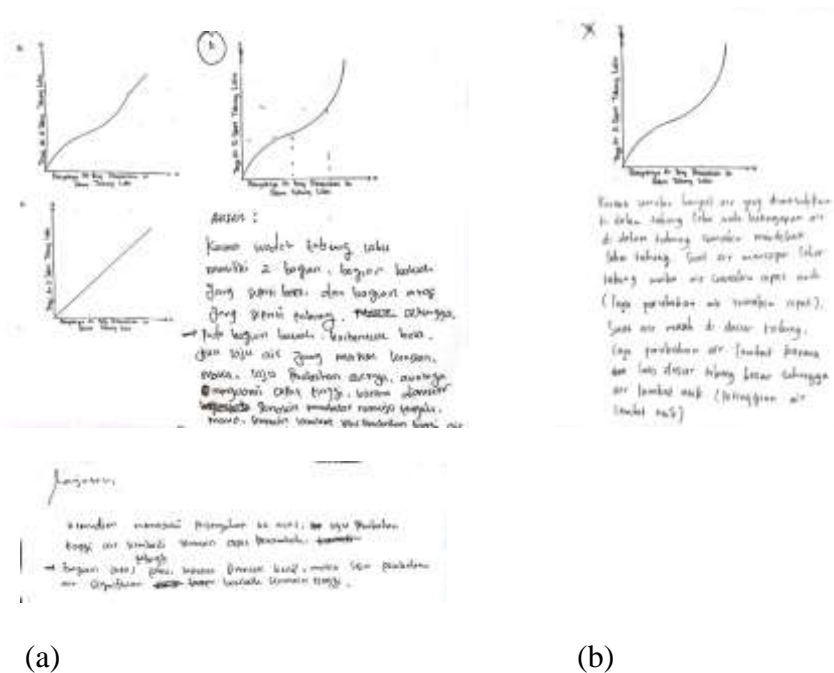
Subjek S1D pada level 4 dalam menentukan besaran perubahan suatu variabel terhadap variabel lainnya dengan membagi tabung labu menjadi tiga bagian. S1D mengilustrasikan bagian pertama adalah bagian bawah bola sampai dengan $\frac{1}{2}$ bagian bola tersebut. Selanjutnya, S1D memberikan penjelasan arah grafik yang terbentuk ke sumbu y . Kemudian, bagian kedua adalah bagian $\frac{1}{2}$ bola sampai bagian pangkal bawah tabung tersebut. S1D menjelaskan bagian kedua ini akan membentuk grafik yang arah ke sumbu x . Terakhir, bagian ketiga yakni bagian yang menyerupai tabung. S1D menjelaskan bahwa pada bagian ini grafik yang terbentuk akan konstan. *“Berbeda, kan saya bagi menjadi 3 bagian dan semuanya berbeda tergantung dari bentuk wadahnya”*. Mengeksplorasi lebih jauh terkait grafik yang dipilih oleh S1D, dalam tahap ini S1D diminta untuk membandingkan grafik yang dipilih dengan grafik lainnya. Subjek menyadari bahwa grafik yang dipilihnya merupakan grafik yang keliru, dengan pertimbangan bahwa grafik yang terbentuk akan dipengaruhi oleh diameter wadah tersebut. *“Hmmm... karena pada bagian wadah berbentuk tabungnya cuman lurus keatas sehingga lajunya konstan. Kalau dibandingkan antara grafik a dan b. Ooo... Saya tidak perhatikan perbandingan diameter antara bola dengan diameter tabung, harusnya yang paling tepat itu grafik b, karena sudah tidak terlalu banyak air yang masuk sehingga grafiknya terlihat seperti lurus keatas, meski ada penambahan air tapi tidak terlalu banyak”*. Selanjutnya Subjek S2D mengilustrasikan air yang dimasukkan ke dalam tabung labu, bila mendekati leher tabung labu maka laju perubahan air cepat. Sedangkan, saat air mencapai bagian leher tabung labu maka laju perubahan air akan semakin cepat.

Namun, pada saat air masih pada bagian dasar tabung labu laju perubahan air akan lambat seiring mendekati bagian tengah tabung labu. Menurut subjek S2D, hal ini disebabkan karena diameter pada bagian tersebut merupakan diameter terbesar. *“Menurut saya, perubahan besaran pada grafik yang terbentuk dikarenakan bentuk wadahnya yang berbeda beda diameternya. Seandainya bentuk wadahnya seperti tabung otomatis grafiknya akan seperti opsi c karena diameternya sama. Sehingga saat kita memasukkan banyaknya air setiap detik dengan jumlah yang sama maka ketinggiannya juga akan konstan. Berbeda dengan kasus tabung labu ini, memilih banyak perubahan diameter karena bentuknya yang unik. Sehingga untuk membuat atau mengilustrasikan grafiknya harus memperhatikan dengan baik bentuk dari wadah tersebut.”*

Aspek Mengkonstruksi

Merepresentasikan hubungan antara variabel secara umum dalam sebuah grafik (L5)

Pada tahap ini, mahasiswa menentukan hubungan antar variabel melalui sebuah grafik. Sebagai contoh berikut hasil tes dan wawancara mahasiswa pada level 5 penalaran kovariasional.



Gambar 6 (a) S1E Level 5 Penalaran Kovariasional, (b) S2E Level 5 Penalaran Kovariasional

Subjek S1E dalam merepresentasikan hubungan antar variabel secara umum membagi kedalam dua bagian yakni bagian atas berbentuk tabung dan bagian bawah berbentuk bola. Kemudian, S1E mengilustrasikan bagian bawah tabung labu yang berbentuk bola dibagi lagi menjadi dua bagian yakni setengah bola bagian bawah dan

atas. S1E menjelaskan bahwa pada bagian bawah setengah bola air akan terisi dengan cepat kemudian melambat sesuai dengan perubahan diameter bola menuju ke tengah bagian bola tersebut. Selanjutnya, S1E mengilustrasikan grafik bagian atas setengah bola terisi dengan air yang merupakan invers dari bagian bawah setengah bola. S1E juga menuliskan ilustrasi untuk bagian atas tabung labu yang berbentuk tabung. S1E menjelaskan bahwa, diameter mempengaruhi kecepatan airnya sehingga laju perubahan air signifikan semakin tinggi. *“Pertama-tama saya lihat permukaan wadahnya. Saya asumsikan ketika volume airnya $\frac{1}{4}$ wadah bola akan berbeda dengan yang ada di tengah wadah bola. Hal ini dikarenakan adanya penyesuaian terhadap bentuk bola. Seperti pada bagian awal grafik akan melengkung ke bawah karena diameter yang kecil pada bagian dasar wadah bola. Kemudian memasuki daerah tengah bola grafiknya menjadi landai karena diameter terbesar dari bola tersebut adalah di tengah, sehingga ketinggian air melambat sedangkan banyaknya air yang masuk itu banyak. Begitu pula pada bagian atas yang merupakan kebalikan dari grafik bagian bawah bola. Sedangkan untuk wadah berbentuk tabungnya, karena diameternya merupakan diameter paling kecil, maka ketinggian air cepat terisi namun banyaknya air yang masuk tidak terlalu banyak”*. kemudian S1E mendefinisikan interpretasi grafik sebagai *“, interpretasi grafik fungsi itu merupakan keterkaitan antara sumbu x dengan sumbu y. Seperti pada grafik pada soal, apabila nilai sumbu x berubah maka akan mempengaruhi nilai sumbu y-nya”*. Sedangkan Subjek S2E mengilustrasikan air yang dimasukkan ke dalam tabung labu, bila mendekati leher tabung labu maka laju perubahan air cepat. Sedangkan, saat air mencapai bagian leher tabung labu maka laju perubahan air akan semakin cepat. Namun, pada saat air masih pada bagian dasar tabung labu laju perubahan air akan lambat seiring mendekati bagian tengah tabung labu. Menurut subjek S2E, hal ini disebabkan karena diameter pada bagian tersebut merupakan diameter terbesar. *“Jadi, kita lihat pada bagian dasar diameternya sama pada bagian atas tabung yang mendekati leher tabung labu tersebut. Kemudian bagian diameter terlebar dari tabung labu pada pertengahan bagian yang menyerupai bola. Sedangkan diameter terkecilnya itu bagian leher tabung labu. Sehingga saat air dimasukkan kedalam tabung labu secara konstan, maka pada bagian dasar tabung labu agak cepat terisi kemudian semakin mendekati bagian tengah akan melambat karena diameter terlebar pada bagian ini. Selanjutnya laju perubahan air akan semakin cepat karena semakin mendekati bagian leher tabung labu. Kemudian saat*

memasuki bagian leher tabung labu menjadi sangat cepat terisi karena diameter terkecil pada bagian leher tabung labu ini. Sehingga saat melihat ketiga grafik yang disajikan yang paling sesuai dengan ilustrasi saya itu grafik b”.

Menyoroti tingginya persentase jawaban yang salah menunjukkan adanya kesenjangan yang cukup besar dalam pemahaman materi ini di antara para mahasiswa. Hasil ini menunjukkan kemampuan penalaran kovariasional seseorang sangat berpengaruh terhadap grafik yang dipilih mahasiswa sebagai grafik yang paling tepat. Berdasarkan hasil tes yang diberikan kepada 30 mahasiswa, diperoleh hanya 11 mahasiswa (37%) yang mampu memberikan jawaban benar disertai justifikasi yang tepat. Hal ini mengindikasikan bahwa respons akurat mencerminkan kemampuan visual yang digunakan dalam mengatasi masalah kovariasional. Kemampuan visual ini memungkinkan mahasiswa untuk mengidentifikasi, mengkoordinasikan, dan mengkonstruksi variabel yang terlibat dalam tugas kovariasional. Selain itu, terdapat 2 mahasiswa (7%) memberikan jawaban yang benar tetapi dengan alasan yang salah. Dalam hal ini, mahasiswa tersebut memiliki pemahaman yang terbatas tentang konsep penalaran kovariasional. Sehingga mereka melakukan penalaran yang tidak sesuai konsep penalaran kovariasional. Sedangkan 17 mahasiswa (57%) lainnya memberikan jawaban yang salah, dalam hal ini mahasiswa mengalami sulit dalam mengidentifikasi dan mengkoordinasikan masalah yang dihadapi. Hal ini dikarenakan mahasiswa belum familiar dengan masalah terkait penalaran kovariasional. Hasil ini menyoroti kurangnya pemahaman tentang konsep penalaran kovariasional yang diuji di sebagian besar mahasiswa.

Berdasarkan hasil wawancara dan dengan menganalisis jawaban yang diberikan oleh mahasiswa terkait dengan beberapa pertanyaan yang diberikan. Mengidentifikasi soal, mengkoordinasikan pengetahuan yang dimiliki serta mengkonstruksi grafik masalah kovariasional sendiri menjadi landasan dalam menyelesaikan suatu kasus yang terkait dengan penalaran kovariasional. Hal ini sejalan dengan penelitian Taufik dkk (2020), yang menyatakan bahwa mahasiswa mampu menyelesaikan masalah kovariasional sesuai dengan konteks apabila mahasiswa tersebut telah memperhatikan dan mempertimbangkan semua aspek dalam masalah yang diajukan.

Pada aspek mengidentifikasi masalah kovariasional, subjek harus menentukan variabel yang relevan dengan masalah tersebut, dan menjelaskan hubungan antar variabel

tersebut yang terangkum dalam setiap alasan untuk masalah yang diberikan. Pada L1 dan L2 penalaran kovariasional, dijumpai semua subjek penelitian mampu melalui L1. Namun pada L2, terdapat subjek yang tidak mampu menjelaskan hubungan antar variabel. Pada tahapan ini, subjek mengalami asimilasi tetapi masih terbatas sehingga jawaban dan alasan yang diberikan tidak sesuai konteks permasalahan. Hal ini sejalan dengan pendapat (Kertil, 2020; Madison dkk., 2012; Saldanha & Thompson, 1998) yang mengatakan bahwa konsep awal kovariasional diawali dengan mengidentifikasi variabel-variabel masalah. Temuan penelitian ini juga konsisten dengan penelitian lain yang menyelidiki penalaran kovariasional mahasiswa calon guru matematika dengan gaya kognitif field-independent (Rahman dkk., 2023). Dalam penelitian tersebut, subjek field independent mengidentifikasi informasi soal dengan membuat bagian pada botol yang diketahui untuk dijadikan dasar bagi subjek field independent dalam menentukan besarnya perubahan jumlah air dan volume dan tinggi air yang ada di dalam botol.

Dalam aspek mengkoordinasikan, subjek menentukan seberapa besar perubahan tinggi air terhadap volume air yang dimasukkan dengan memperhitungkan bentuk wadah yang digunakan. Berikutnya, subjek menetapkan pola perubahan tinggi air dengan memeriksa apakah hubungan antara kedua variabel tersebut mengalami penurunan, peningkatan, atau tetap. Pada L3 dan L4 penalaran kovariasional, sebagian mahasiswa kurang memperhatikan bentuk wadah pada soal sehingga mereka tidak mampu menggambarkan arah dan pola perubahan air di dalam wadah. Mahasiswa cenderung hanya fokus pada satu kuantitas saja dan tidak memperhatikan kuantitas lainnya. Hal sejalan dengan pendapat (Carlson dkk., 2002) yang menyatakan bahwa level penalaran kovariasional meliputi kemampuan mengkoordinasikan pengetahuan yang dimiliki dengan keterkaitan informasi yang diketahui. Temuan pada aspek mengkoordinasikan juga konsisten dengan penelitian lain yang menyelidiki penalaran kovariasional mahasiswa calon guru matematika dengan gaya kognitif field-independent (Rahman dkk., 2023). Subjek field independent menentukan pola perubahan antara dua variabel yang telah diidentifikasi. Besarnya perubahan pada variabel menghasilkan arah yang dibuat oleh subjek.

Terakhir aspek mengkonstruksi, subjek dapat mengkonstruksikan hubungan variabel-variabel pada masalah kovariasional ke dalam sebuah grafik fungsi. Pada L5 penalaran kovariasional, hanya sedikit mahasiswa yang mampu menggambarkan

menjelaskan dengan baik masalah kovariasional yang diberikan. Untuk mampu sampai pada L5 penalaran kovariasional, mahasiswa harus mampu melakukan penalaran dengan baik dan mampu menjelaskan proses pembentukan dan alasan grafiknya terbentuk. Sejalan dengan pendapat (Johnson et al., 2017; Kertil, 2020) yang menyatakan bahwa untuk mencapai level tertinggi dari penalaran kovariasional harus melibatkan aspek mengkonstruksi pada penalaran kovariasional yakni, dengan mengkonstruksikan perubahan dua variabel ke dalam suatu grafik penalaran kovariasional. Dalam penelitian (Rahman dkk., 2023) menyatakan bahwa *subjek field independent* merepresentasikan hubungan antara dua variabel yang didefinisikan dalam grafik. Subjek mengkonstruksikan berdasarkan bentuk botol yang dibagi menjadi beberapa bagian terlebih dahulu untuk merumuskan besarnya perubahan tinggi air dalam botol. Jadi bentuk botol sangat mempengaruhi konstruksi gambar grafik.

Selain itu, terdapat temuan bahwa ada mahasiswa yang salah dalam memilih grafik yang tepat untuk merepresentasikan masalah kovariasional. Namun, setelah dieksplorasi lebih lanjut diperoleh bahwa subjek sadar akan grafik yang dipilih salah. Menurut subjek kesalahan awal yang dilakukan dalam memilih grafik yang salah karena tidak memperhatikan perbandingan diameter antara wadah berbentuk bola dan wadah berbentuk tabung. Kemudian subjek menyadari kesalahan yang dilakukan setelah dilakukan wawancara terkait alasan memilih grafik a. Hal ini menunjukkan, perlu adanya kemampuan untuk menemukan informasi tersirat dan tersurat untuk mampu menjawab tes terkait penalaran kovariasional yang diberikan.

D. Kesimpulan

Kemampuan penalaran kovariasional mahasiswa mencakup tiga aspek penting, yaitu aspek mengidentifikasi, mahasiswa mampu menentukan variabel-variabel yang relevan dengan masalah serta menjelaskan hubungan antara kedua variabel tersebut dengan alasan yang jelas. Namun, saat menjelaskan hubungan antar variabel beberapa mahasiswa mengalami tahap asimilasi sehingga salah dalam memberikan alasan. Kemudian aspek mengkoordinasi melibatkan kemampuan mahasiswa untuk menentukan besar perubahan tinggi air terhadap volume air yang dimasukkan dengan memperhitungkan bentuk wadah, serta menetapkan pola perubahan hubungan antara variabel tersebut dengan menunjukkan penurunan atau peningkatan volume air. Pada aspek ini, mahasiswa kurang memperhatikan bentuk wadah yang menyebabkan

mahasiswa keliru dalam melihat arah dan pola perubahan air dalam wadah. Selain itu, mahasiswa cenderung fokus pada satu kuantitas saja. Pada aspek mengkonstruksi, sebagian mahasiswa dapat menggambar hubungan variabel tersebut ke dalam grafik fungsi. Pada aspek ini, hanya sebagian mahasiswa yang mampu menggambar dan menjelaskan dengan baik terkait masalah kovariasional.

Daftar Pustaka

- Archi Maulyda, M., & Khairunnisa, G. F. (2019). Profil kesalahan mahasiswa dalam menggambar grafik fungsi rasional. *MaPan: Jurnal Matematika dan Pembelajaran*, 7(2), 181–193. <https://doi.org/10.24252/mapan.2019v7n2a2>
- Carlson, M., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S., & Hsu, E. (2002). Applying covariational reasoning while modeling dynamic events: A framework and a study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(5), 352–378. <https://doi.org/10.2307/4149958>
- Creswell, J. W., & Plano Clark, V. L. (2018). *Designing and conducting mixed methods research* (H. Salmon, J. Scappini, K. DeRosa, & S. Kelly (ed.); Third Edit, Nomor July). SAGE Publications.
- Fuad, Y., Ekawati, R., Sofro, A., & Fitriana, L. D. (2019). Investigating covariational reasoning: What do students show when solving mathematical problems?. *Journal of Physics: Conference Series*, 1417(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1417/1/012061>
- Hidayanto, E. (2012). Studi kasus penalaran kovariasional mahasiswa pada matakuliah kalkulus lanjut. *Jurnal Matematika FMIPA Universitas Negeri Malang*.
- Jaenudin, A. (2022). Students' covariational reasoning reviewed from cognitive styles. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 11(3), 2511–2522. <https://doi.org/https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i3.5854>
- Johnson, H. L., McClintock, E., & Hornbein, P. (2017). Ferris wheels and filling bottles: A case of a student's transfer of covariational reasoning across tasks with different backgrounds and features. *ZDM - Mathematics Education*, 49(6), 851–864. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0866-4>
- Kertil, M. (2020). Covariational reasoning of prospective mathematics teachers: How do dynamic animations affect?. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 11(2), 312–342. <https://doi.org/10.16949/turkbilm.652481>
- Miles, M.B, Huberman, A.M, & Saldana, J. (2014). *Qualitative data analysis, a methods sourcebook, edition 3*. Sage Publications. Terjemahan Tjetjep Rohindi Rohidi, UI-Press.

- Monk, S. (1992). Student's Understanding of a function given by a physical model. In G. Harel & E. Dubinsky (Eds.), *The Concept of Function: Aspects of Epistemology and Pedagogy*. *Mathematical Association of America*, 175–193.
- Rahman, F., Juniati, D., Yuli, T., & Siswono, E. (2023). Covariational Reasoning profile of prospective mathematics teacher students with field-independent cognitive style in solving covariation problems. *Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika*, 6(2002), 305–312.
- Rasudi, Suwarno Ariswoyo, A. M. (2021). Analisis berpikir pseudo penalaran kovariasional siswa dalam menyelesaikan masalah limit fungsi. *Jurnal Mathematics Paedagogic*, 6(1), 64–74. <https://doi.org/https://doi.org/10.36294/jmp.v6i1.1366>
ANALISIS
- Saldanha, A. L., & Thompson, P. W. (1998). Re-thinking covariation from a quantitative perspective: simultaneous continuous variation. In S. B. Berensah & W. N. Coulombe (Eds.), *Proceedings of the Annual Meeting of the Psychology of Mathematics Education - North America*. Raleigh, NC: North Carolina State University.
- Sandie, S., Purwanto, P., Subanji, S., & Hidayanto, E. (2019). Student difficulties in solving covariational problems. *International Journal of Humanities and Innovation (IJHI)*, 2(2), 25–30. <https://doi.org/10.33750/ijhi.v2i2.38>
- Subanji. (2011). *Teori berpikir pseudo penalaran kovariasional*. Penerbit Universitas Negeri Malang (UM PRESS).
- Umah, U., As'ari, A. R., & Sulandra, I. M. (2014). *Penalaran kovariasional Siswa Kelas VIII B MTs Negeri Kediri 1 dalam mengonstruksi grafik fungsi*. February 2016. <https://www.researchgate.net/publication/294259258>
- Zimmerman, C., Olsho, A., Loverude, M., & Brahmia, S. W. (2023). Expert Covariational Reasoning Resources in Physics Graphing Tasks. *arXiv preprint arXiv:2306.00921*, 1–27.