

ANALISIS KESALAHAN MAHASISWA DALAM MENYELESAIKAN MASALAH TRIGONOMETRI PADA PEMBELAJARAN MATEMATIKA DASAR

Philips Pasca G Siagian^{1*}, Ladestam Sitinjak², Juni Susanti Banurea³,
Pendidikan Matematika^{1,3}, Pendidikan Fisika², Fakultas Matematika dan Ilmu
Pengetahuan Alam^{1,2} Universitas Negeri Medan^{1,2},
Sekolah Tinggi Perikanan Sibolga³
philipspasca27@unimed.ac.id^{1*}, ladestamsitinjak@unimed.ac.id²,
junisusanti23@gmail.com³

Abstrak

Tujuan penelitian ini adalah menganalisis kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan masalah fungsi trigonometri dengan menggunakan metode penelitian deskriptif kualitatif. Subjek penelitian ini adalah mahasiswa baru di FMIPA Universitas Negeri Medan. Berdasarkan hasil penelitian ditemukan bahwa kesalahan terbesar yang dialami mahasiswa yaitu kesalahan konsep, yaitu kurangnya pemahaman mahasiswa terhadap sifat, aturan, penggunaan rumus dalam menyelesaikan masalah trigonometri. Kemudian diikuti dengan kesalahan prinsip, yaitu kurangnya pemahaman dan manipulasi syarat atau aturan untuk menentukan langkah penyelesaian masalah. Selanjutnya ada banyak penyebab kesalahan operasi, yaitu kurangnya pemahaman konsep dan prinsip, serta kesalahan dalam melakukan perhitungan. Oleh karena itu, peneliti akan lebih menekankan pemahaman konsep mahasiswa dalam pembelajaran fungsi trigonometri.

Kata Kunci: Analisis Kesalahan, Penelitian Kualitatif, Fungsi Trigonometri, Matematika Dasar.

A. Pendahuluan

Trigonometri merupakan bidang matematika yang berfokus pada prinsip, dimensi, dan hubungan antar ketiga sisi atau sudut segitiga, beserta pemanfaatannya dalam sistem koordinat kartesius. Secara khusus trigonometri memberi penekanan pada penyelidikan fungsi trigonometri (Lial, Hornsby, Schneider, & Daniels, 2016). Dalam kurikulum pendidikan matematika, memahami trigonometri sangat penting sebelum beralih ke matakuliah yang lebih kompleks seperti Kalkulus, Geometri, dan sebagainya. Materi trigonometri penting diberikan pada siswa dan mahasiswa, karena banyak berhubungan dengan konsep dan aplikasinya dalam berbagai disiplin ilmu (Nabie, Akayuure, Ibrahim-Bariham, & Sofo, 2018).

Dalam penelitian ini, mahasiswa baru menerima materi tentang fungsi trigonometri dalam matakuliah Matematika Dasar. Materi fungsi trigonometri membahas mengenai cara mencari nilai perbandingan suatu fungsi trigonometri, korelasi dalam perbandingan trigonometri, memakai identitas trigonometri untuk menyederhanakan suatu fungsi trigonometri, mengganti besar sudut menggunakan jumlah atau selisih dua sudut, mencari nilai sudut dengan mengganti ke dalam sudut istimewa, dan menggambar grafik suatu fungsi trigonometri (Purnomo, 2013). Mahasiswa baru harus fokus pada materi trigonometri, karena sangat penting untuk memahami konsep dasar tentang sisi dan sudut segitiga yang berhubungan satu sama lain, dan cara menggunakan konsep-konsep ini dalam sistem koordinat kartesius.

Namun trigonometri dianggap sulit dan cukup beragam, menyebabkan beberapa mahasiswa gagal memahami konsepnya. Menurut pendapat Sugiyanto (2017) mahasiswa mengalami kesulitan belajar dalam materi trigonometri terjadi dikarenakan variabel-variabel yang mempengaruhi antara lain bakat, minat, motivasi, lingkungan belajar dan sebagainya. Penelitian Novianti et.al. (2021) menunjukkan bahwa sejumlah mahasiswa tidak mampu memahami konsep-konsep matematika yang ada dalam pelajaran trigonometri serta mengalami kesulitan dalam mempelajari materi tersebut. Kesulitan yang dihadapi dalam belajar trigonometri disebabkan oleh ketidakmampuan mahasiswa untuk memahami informasi yang disediakan guna mengeksplorasi konsep-konsep dalam materi trigonometri.

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan sebelumnya, terbukti bahwa trigonometri adalah salah satu topik yang sulit dipahami oleh siswa maupun mahasiswa (Mustamir, 2019; Nurmeidina & Djamilah, 2019; Wulandari & Gusteti, 2020). Penelitian ini selaras dengan pengalaman peneliti dalam memberikan pengajaran fungsi trigonometri kepada mahasiswa baru terutama di jurusan lain seperti jurusan fisika, kimia, biologi, dan ilmu komputer. Mahasiswa baru seringkali kesulitan menerjemahkan representasi visual atau bangun geometri seperti segitiga menjadi persamaan trigonometri serta memanipulasinya. Dan juga kesulitan dalam mengkonversi persamaan trigonometri ke dalam bentuk visual, yang dapat membantu menyederhanakan pemecahan masalah.

Strategi yang efektif untuk mengatasi kesulitan yang dihadapi saat memahami fungsi trigonometri adalah menganalisis kesalahan yang dilakukan mahasiswa dalam menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan fungsi trigonometri. Melalui analisis kesalahan mahasiswa, peneliti dapat mengidentifikasi faktor-faktor yang mendasari kesalahan tersebut untuk memudahkan penilaian kualitas pembelajaran di kelas. Sesuai dengan pandangan Haryadi dan Nurmaningsih (2019) bahwa kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa dapat menjadi acuan dalam proses pengajaran untuk usaha meningkatkan kegiatan belajar dan mengajar, diharapkan peningkatan proses belajar dan mengajar ini dapat memperbaiki hasil atau prestasi akademik mahasiswa.

Kesalahan adalah penyimpangan dari kebenaran yang sifatnya sistematis, teratur ataupun insidental pada daerah tertentu (Abidin, 2012; Nufus & Ariawan, 2018). Maka kesalahan dalam menyelesaikan masalah dapat diartikan sebagai penyimpangan atau ketidakbenaran dalam menyelesaikan masalah. Analisis kesalahan dijelaskan oleh Husaifen dan Neuner (dalam wahyuni, 2017) merupakan (dalam Wahyuni, 2017) merupakan rangkaian proses yang mencakup berbagai tahapan yakni identifikasi, klasifikasi penjelasan, perbaikan, evaluasi, terapi dan pencegahan timbulnya kesalahan. Sementara menurut Perdana dan Utami (2023), analisis kesalahan mahasiswa adalah suatu investigasi yang dilakukan untuk mengidentifikasi kesalahan-kesalahan atau kekeliruan yang dilakukan mahasiswa dalam menyelesaikan masalah matematika serta mengetahui penyebab-penyebabnya.

Berdasarkan penelitian terdahulu dan pengalaman dalam mengajar, maka peneliti merasa tertarik untuk menyelidiki kesalahan yang dilakukan mahasiswa dalam menyelesaikan masalah fungsi trigonometri. Analisis kesalahan mahasiswa dalam penelitian ini mrngikuti klasifikasi (Zain et.al., 2017) yaitu kesalahan konsep, kesalahan prinsip dan kesalahan operasi.

Tabel 1. Klasifikasi Kesalahan Mahasiswa

Jenis Kesalahan	Indikator
Kesalahan Konsep	Salah memahami masalah, salah menggunakan rumus, tidak menyelesaikan masalah
Kesalahan Prinsip	Salah menerjemahkan masalah, salah memperhatikan syarat
Kesalahan Operasi	Salah perhitungan aljabar, salah melakukan langkah-langkah penyelesaian, tidak menyelesaikan masalah

Penelitian tentang kesalahan mahasiswa dalam memahami materi trigonometri telah dilakukan oleh (Perdana, 2018) membahas analisis kesalahan mahasiswa saat menyelesaikan masalah berkaitan dengan identitas trigonometri; penelitian (Sari, 2018) membahas analisis kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal trigonometri menggunakan kriteria Watson; kemudian penelitian (Setiawan, 2021) membahas analisis kesalahan mahasiswa dalam fungsi trigonometri pada sudut kuadran. Sementara itu, tujuan utama dalam penelitian ini adalah untuk menganalisis kesalahan-kesalahan mahasiswa saat menyelesaikan masalah terkait fungsi trigonometri yaitu mencari nilai perbandingan trigonometri, menjelaskan hubungan dalam perbandingan trigonometri, menggunakan identitas trigonometri, serta menentukan nilai sudut dengan mengubah ke dalam sudut istimewa.

B. Metode Penelitian

Penelitian ini menerapkan pendekatan penelitian deskriptif kualitatif yang bertujuan untuk menggambarkan kesalahan mahasiswa saat menyelesaikan materi trigonometri. Berdasarkan pendapat Sugiyono (2019), penelitian kualitatif merupakan suatu metode yang berlandaskan pada filosofi *postpositivisme* untuk menganalisis objek dengan kondisi yang alami, dengan penulis berperan sebagai instrumen utama. Disisi lain, metode deskriptif adalah cara yang digunakan untuk menganalisis informasi dengan mendeskripsikan atau menggambarkan data yang telah terkumpul apa adanya.

Subjek yang digunakan dalam penelitian ini satu kelas dari masing-masing mahasiswa baru dari program studi pendidikan matematika, pendidikan fisika, pendidikan biologi, kimia, dan ilmu komputer di Universitas Negeri Medan. Sejalan dengan penelitian yang dilakukan oleh Siagian, Sinaga & Mulyono (2019), mahasiswa dipilih menggunakan teknik *purposive sampling* (sampel bertujuan)

untuk mewakili setiap jenis kesalahan. Menurut Sugiyono (2019) *purposive sampling* adalah metode pengambilan sampel didasarkan pada kriteria atau pertimbangan tertentu yang telah ditentukan sebelumnya oleh peneliti.

Subjek dipilih dari lima kelas yang diampuh oleh peneliti yaitu kelas PSPM25E, PSPF25D, PSPSB25A, PSKM25C, dan PSIK25C. Karena metode pengambilan subjek dengan sampel bertujuan, maka dipilih lima mahasiswa yang memiliki kesalahan dalam langkah penyelesaian masalah. Dan objek yang diteliti dalam penelitian ini adalah lembar kerja mahasiswa yang telah ditentukan sebagai subjek penelitian. Sehingga ada 25 lembar kerja mahasiswa yang akan dianalisis.

Teknik pengumpulan data dalam penelitian ini meliputi dengan pengamatan, wawancara, dan ujian tertulis. Pengamatan dilakukan untuk mengevaluasi persiapan dan pengalaman belajar mahasiswa dalam topik fungsi trigonometri, sementara itu wawancara dilakukan untuk menggali kemampuan dasar matematis mahasiswa terkait fungsi trigonometri. Ujian tertulis dilaksanakan untuk mengidentifikasi kesalahan-kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan lima masalah terkait fungsi trigonometri. Berikut adalah kisi-kisi masalah terkait fungsi trigonometri.

Tabel 2. Kisi-Kisi Masalah pada Materi Fungsi Trigonometri

Sub Materi	Indikator	Soal
Jumlah atau selisih dua sudut	- Mengubah sudut ke dalam sudut istimewa - Menentukan nilai perbandingan setiap kuadran - Menentukan nilai sudut	1. Ubah sudut di bawah ini ke dalam sudut istimewa dan tentukan nilainya. a. $\sin (-135^\circ)$ b. $\cos 195^\circ$ c. $\tan 210^\circ$
Nilai perbandingan fungsi trigonometri	- Mencari satu sisi segitiga - Menentukan nilai perbandingan setiap kuadran - Mencari nilai perbandingan fungsi trigonometri lainnya	2. Dalam suatu segitiga siku-siku diketahui $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ di kuadran ke II. Tentukan perbandingan fungsi trigonometri α yang lain! 3. Dalam suatu segitiga siku-siku diketahui $\cos \alpha = -\frac{3}{4}$ di kuadran ke III. Tentukan perbandingan fungsi trigonometri α yang lain!

Sub Materi	Indikator	Soal
Identitas trigonometri dalam persamaan trigonometri	- Menggunakan identitas trigonometri atau fungsi invers/lainnya dalam mencari satu fungsi trigonometri	4. Dalam suatu segitiga siku-siku diketahui $\tan \alpha = p$. Tentukan perbandingan fungsi trigonometri α lain, menggunakan identitas trigonometri!
	- Mencari nilai perbandingan fungsi trigonometri lainnya	5. Sederhanakan bentuk $(\operatorname{cosec} \alpha - \sin \alpha) \operatorname{cosec} \alpha - \cot^2 \alpha$!

Analisis kesalahan dilakukan pada setiap jawaban yang diberikan oleh sampel penelitian, lalu mengambil kesimpulan jenis kesalahan mahasiswa. Ada tiga metode analisis data dalam penelitian ini berdasarkan model Miles and Huberman menurut Sugiyono (2019) yaitu: 1. Reduksi data, yang berarti merangkum, memilih hal-hal penting, memusatkan perhatian pada aspek yang relevan dengan topik penelitian, serta mengidentifikasi tema dan polanya; 2. Penyajian Data, yang berarti data dikelompokkan dan diatur dalam pola hubungan, sehingga menjadi lebih mudah dipahami; 3. Penarikan Kesimpulan, yang berarti memberikan jawaban pada rumusan masalah yang telah ditentukan sejak awal, meskipun ada kemungkinan rumusan masalah tersebut masih bersifat sementara dan dapat berkembang selama proses penelitian. Penarikan kesimpulan adalah hasil dari analisis yang dapat digunakan untuk menentukan langkah tindakan dan akan dipaparkan dalam bentuk kalimat.

C. Hasil Dan Pembahasan

Peneliti mengumpulkan data hasil ujian dari lima kelas berupa lembar kerja mahasiswa, lalu memilih lima lembar kerja dari setiap kelas untuk menganalisis kesalahan pada setiap masalah. Terdapat sebanyak 25 lembar kerja yang akan dianalisis kesalahan pada setiap masalah. Berikut ini adalah klasifikasi kesalahan mahasiswa terkait materi fungsi trigonometri.

Tabel 3. Hasil Klasifikasi Kesalahan Mahasiswa pada Materi Fungsi Trigonometri

Kesalahan	Masalah					Jumlah
	1	2	3	4	5	
Kesalahan Konsep	19	8	14	18	3	62
Kesalahan Prinsip	18	8	13	18	3	60
Kesalahan Operasi	11	6	11	9	6	43

Berdasarkan analisis kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa pada setiap masalah, kesalahan terbesar yang paling banyak terjadi adalah kesalahan konsep dengan total 62 mahasiswa. Sementara itu, jenis kesalahan yang paling sedikit adalah kesalahan operasi dengan total 43 mahasiswa. Dari lima masalah yang diberikan, masalah nomor satu adalah paling menantang untuk diselesaikan dengan angka klasifikasi kesalahan tertinggi, sedangkan masalah nomor lima merupakan yang paling sederhana dengan angka klasifikasi kesalahan terendah.

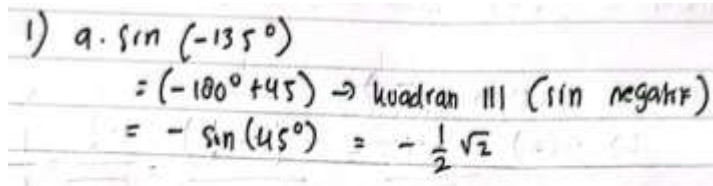
Selanjutnya dari hasil penilaian kesalahan mahasiswa pada materi fungsi trigonometri, satu subjek dari setiap masalah akan dipilih untuk menyelidiki jenis kesalahan yang terjadi. Lembar jawaban subjek yang terpilih ini akan dianalisis lebih mendalam untuk mengungkap penyebab kesalahan yang dilakukan mahasiswa. Hasil analisis untuk setiap jenis kesalahan dari subjek penelitian akan dideskripsikan sebagai berikut.

Kesalahan Konsep

Kesalahan konsep yang dilakukan oleh mahasiswa pada setiap masalah adalah sebagai berikut: pada masalah 1, mahasiswa kesulitan untuk mengubah ukuran sudut menjadi jumlah atau selisih sudut sehingga tidak diperoleh sudut istimewa; pada masalah 2 dan masalah 3, mahasiswa kesulitan mencari satu sisi segitiga sehingga tidak mendapatkan nilai perbandingan semua fungsi trigonometri; pada masalah 4, mahasiswa kesulitan mencari satu fungsi trigonometri dengan menggunakan identitas trigonometri; masalah 5, mahasiswa tidak mampumengganti satu fungsi trigonometri dengan identitas trigonometri atau fungsi invers/lainnya untuk mendapatkan bentuk fungsi trigonometri yang sejenis.

Berikut ini dideskripsikan kesalahan konsep pada subjek penelitian yang terpilih. Salah satu kesalahan konsep dalam menyelesaikan masalah 1 yaitu subjek

pertama disebut SRD (inisial nama). Masalah yang diberikan, ubah sudut di bawah ini ke dalam sudut istimewa dan tentukan nilainya. Lembar hasil kerja SRD dapat dilihat pada gambar berikut.

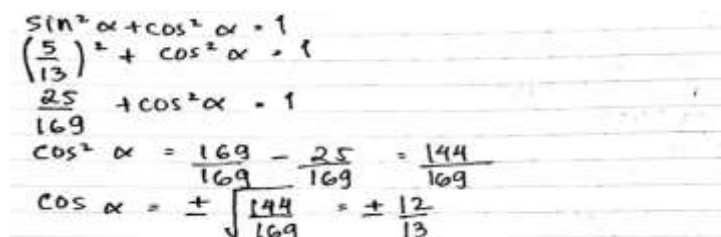


$$\begin{aligned}
 1) & \sin(-135^\circ) \\
 &= (-180^\circ + 45^\circ) \rightarrow \text{kuadran III (sin negatif)} \\
 &= -\sin(45^\circ) = -\frac{1}{2}\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

Gambar 1. Jawaban SRD pada Masalah 1

Dari Gambar 1. terlihat bahwa SRD tidak dapat memahami masalah. Subjek tersebut tidak memahami aturan dalam perkalian, seharusnya $\sin(-135^\circ)$ diubah menjadi $-\sin(135^\circ)$. Kemudian SRD tidak memahami bahwa besar sudut tidak ada yang negatif. sehingga SRD melakukan kesalahan dalam mengubah sudut 135° menjadi jumlah atau selisih sudut.

Salah satu kesalahan konsep dalam menyelesaikan masalah 2 dilakukan oleh subjek kedua (SDP). Masalah yang diberikan, tentukan perbandingan fungsi trigonometri α yang lain. Lembar hasil kerja SDP dapat dilihat pada gambar berikut.



$$\begin{aligned}
 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\
 \left(\frac{5}{13}\right)^2 + \cos^2 \alpha &= 1 \\
 \frac{25}{169} + \cos^2 \alpha &= 1 \\
 \cos^2 \alpha &= \frac{169}{169} - \frac{25}{169} = \frac{144}{169} \\
 \cos \alpha &= \pm \sqrt{\frac{144}{169}} = \pm \frac{12}{13}
 \end{aligned}$$

Gambar 2. Jawaban SDP pada Masalah 2

Dari Gambar 2. terlihat bahwa SDP tidak dapat memahami masalah. Dari masalah yang diberikan, mahasiswa diharapkan terlebih dahulu mencari salah satu sisi yang belum diketahui yaitu sisi x (sepanjang sumbu x). Sehingga dengan menemukan nilai sisi x maka mahasiswa dapat mencari nilai fungsi trigonometri lainnya.

Salah satu kesalahan konsep dalam menyelesaikan masalah 3 dilakukan oleh subjek kedua (SDP). Masalah yang diberikan, tentukan perbandingan fungsi trigonometri α yang lain. Lembar hasil kerja SDP dapat dilihat pada gambar berikut.

Handwritten student work for Gambar 3:

$$\cos \alpha = -\frac{3}{4}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \left(-\frac{3}{4}\right)^2$$

$$= 1 - \frac{9}{16} = \frac{16-9}{16}$$

$$= \frac{7}{16}$$

Gambar 3. Jawaban SDP pada Masalah 3

Dari Gambar 3. terlihat bahwa SDP tidak dapat memahami masalah. Dari masalah yang diberikan, mahasiswa diharapkan terlebih dahulu mencari salah satu sisi yang belum diketahui yaitu sisi y (sepanjang sumbu y). Sehingga dengan menemukan nilai sisi y maka mahasiswa dapat mencari nilai fungsi trigonometri lainnya. SDP seharusnya tidak mencari nilai sisi y dengan menggunakan identitas trigonometri namun dengan menggunakan teorema Pythagoras.

Salah satu kesalahan konsep dalam menyelesaikan masalah 4 dilakukan oleh subjek ketiga (SRY). Masalah yang diberikan, tentukan perbandingan fungsi trigonometri α yang lain menggunakan identitas trigonometri. Lembar hasil kerja SRY dapat dilihat pada gambar berikut.

Handwritten student work for Gambar 4:

4. Dik : Segitiga siku-siku $\Rightarrow \tan \alpha = p$

Diagram: A right triangle with a vertical side of length p , a horizontal side of length 1 , and a hypotenuse of length $\sqrt{p^2+1}$. The angle α is at the bottom-left vertex.

Handwritten calculations:

$$\sin \alpha = \frac{p}{\sqrt{p^2+1}} \quad \csc \alpha = \frac{\sqrt{p^2+1}}{p}$$

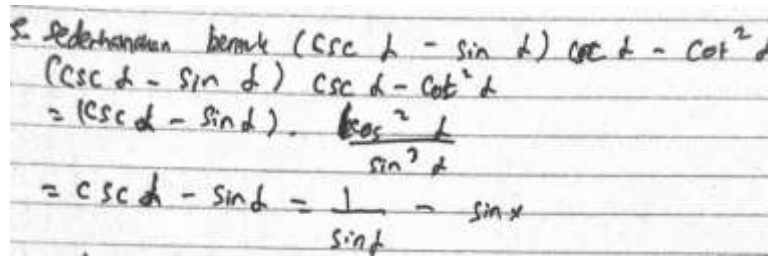
$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{p^2+1}} \quad \sec \alpha = \sqrt{p^2+1}$$

$$\cot \alpha = \frac{1}{p}$$

Gambar 4. Jawaban SRY pada Masalah 4

Dari Gambar 4. terlihat bahwa SRY tidak dapat memahami masalah. Dari masalah yang diberikan, mahasiswa diharapkan terlebih dahulu mencari nilai fungsi $\sec \alpha$ dengan menggunakan identitas trigonometri kemudian mencari fungsi trigonometri lainnya dengan menggunakan fungsi invers ataupun kembali menggunakan identitas trigonometri. Dalam soal diberitahu bahwa $\tan \alpha = p$, nilai p tersebut menyatakan sebuah parameter bukan nilai perbandingan sisi sehingga tidak bisa dijadikan nilai perbandingan $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$.

Salah satu kesalahan konsep dalam menyelesaikan masalah 5 dilakukan oleh subjek keempat (SAS). Masalah yang diberikan, sederhanakan bentuk persamaan trigonometri berikut. Lembar hasil kerja SAS dapat dilihat pada gambar berikut.



5. Sederhanakan bentuk $(\csc x - \sin x)(\csc x - \cot^2 x)$

$$\begin{aligned}
 & (\csc x - \sin x)(\csc x - \cot^2 x) \\
 &= (\csc x - \sin x) \cdot \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} \\
 &= \csc x - \sin x = \frac{1}{\sin x} - \sin x
 \end{aligned}$$

Gambar 5. Jawaban SAS pada Masalah 5

Dari Gambar 5. terlihat bahwa SAS tidak dapat memahami masalah. Dari masalah yang diberikan, mahasiswa diharapkan dapat mengganti nilai fungsi trigonometri dengan fungsi invers/lainnya sehingga menjadi fungsi trigonometri yang sejenis. Dari gambar terlihat bahwa SAS tidak memahami aturan perkalian yaitu dengan mengalikan fungsi $\operatorname{Cosec} \alpha$ dengan fungsi yang ada di dalam kurung.

Kesalahan Prinsip

Kesalahan prinsip yang dilakukan oleh mahasiswa dalam setiap masalah adalah sebagai berikut: pada masalah 1, mahasiswa tidak mampu mengubah ke dalam jumlah atau selisih sudut sehingga tidak dapat menentukan nilai perbandingan trigonometri di setiap kuadran; pada masalah 2 dan masalah 3, mahasiswa tidak dapat mencari satu sisi segitiga sehingga tidak dapat mengetahui nilai perbandingan sisi tersebut positif atau negatif di kuadran tertentu; pada masalah 4, mahasiswa tidak dapat mencari satu fungsi trigonometri menggunakan identitas trigonometri, sehingga mereka tidak dapat menentukan fungsi trigonometri lainnya melalui identitas trigonometri atau fungsi invers; pada masalah 5, mahasiswa tidak mampu mengganti suatu fungsi trigonometri dengan identitas trigonometri atau fungsi invers/lainnya menjadi bentuk fungsi trigonometri yang sejenis, sehingga tidak dapat melakukan manipulasi terhadap persamaan trigonometri tersebut.

Berikut ini dideskripsikan kesalahan prinsip pada subjek penelitian yang terpilih. Salah satu kesalahan prinsip dalam menyelesaikan masalah 1 yaitu subjek kelima disebut SCA. Masalah yang diberikan, ubah sudut di bawah ini ke dalam sudut istimewa dan tentukan nilainya. Lembar hasil kerja SCA dapat dilihat pada gambar berikut.

The image shows handwritten work on lined paper. It starts with 'b. $\cos 195^\circ$ '. Below that is ' $\cos (A-B)$ '. Then, the formula ' $\cos A \cos B + \sin A \sin B$ ' is written. Finally, ' $\cos (15^\circ) = \cos (45^\circ - 30^\circ)$ ' is written, which is an incorrect substitution for the problem.

Gambar 6. Jawaban SCA pada Masalah 1

Dari Gambar 6. terlihat bahwa SCA tidak memahami masalah. Terlihat bahwa SCA tidak dapat menggunakan rumus dengan benar sehingga tidak menerjemahkan langkah penyelesaian masalah. Subjek tersebut tidak dapat mengubah ke dalam jumlah atau selisih sudut sehingga tidak dapat menentukan nilai perbandingan trigonometri setiap kuadran. Dari gambar terlihat SCA tidak mengubah $\cos (195^\circ)$ menjadi jumlah atau selisih sudut istimewa, sehingga tidak dapat menentukan nilai perbandingan trigonometri di kuadran tertentu.

Salah satu kesalahan prinsip dalam menyelesaikan masalah 2 yaitu subjek keenam disebut SNA. Masalah yang diberikan, tentukan perbandingan fungsi trigonometri α yang lain. Lembar hasil kerja SNA dapat dilihat pada gambar berikut.

The image shows handwritten work on lined paper. It starts with 'Jwb. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ '. Then, ' $(\frac{5}{13})^2 + \cos^2 \alpha = 1$ ' is written. This is followed by ' $\frac{25}{169} + \cos^2 \alpha = 1$ '. Then, ' $\cos^2 \alpha = 1 - \frac{25}{169} = \frac{169-25}{169} = \frac{144}{169}$ ' is written. Finally, ' $\cos \alpha = \pm \sqrt{\frac{144}{169}} = \pm \frac{12}{13}$ ' is written.

Gambar 7. Jawaban SNA pada Masalah 2

Dari Gambar 7. terlihat bahwa SNA tidak memahami masalah, kemudian SNA tidak menerjemahkan langkah penyelesaian masalah karena tidak mencari sisi lain segitiga yaitu sisi x. Sehingga SNA tidak dapat menentukan nilai perbandingan sisi tersebut positif atau negatif di kuadran kedua. Selanjutnya SNA salah dalam menentukan nilai fungsi trigonometri $\cos \alpha$, seharusnya bernilai negatif.

Salah satu kesalahan prinsip dalam menyelesaikan masalah 3 yaitu subjek ketujuh disebut SAB. Masalah yang diberikan, tentukan perbandingan fungsi trigonometri α yang lain. Lembar hasil kerja SAB dapat dilihat pada gambar berikut.

Handwritten work for Gambar 8:

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin^2 \alpha + \left(-\frac{2}{4}\right)^2 &= 1 \\ \sin^2 \alpha + \frac{2}{16} &= 1 \\ \sin^2 \alpha &= 1 - \frac{2}{16} = \frac{16}{16} - \frac{2}{16} = \frac{14}{16} \\ \sin \alpha &= \sqrt{\frac{14}{16}} = \frac{\sqrt{14}}{4} \end{aligned}$$

Gambar 8. Jawaban SAB pada Masalah 3

Dari Gambar 8. terlihat bahwa SAB tidak memahami masalah, kemudian SAB tidak menerjemahkan langkah penyelesaian masalah karena tidak mencari sisi lain segitiga yaitu sisi x. Sehingga SAB tidak dapat menentukan nilai perbandingan sisi tersebut positif atau negatif di kuadran ketiga. Selanjutnya SAB salah dalam menentukan nilai fungsi trigonometri $\sin \alpha$, seharusnya bernilai negatif.

Salah satu kesalahan prinsip dalam menyelesaikan masalah 4 yaitu subjek kedelapan disebut SWN. Masalah yang diberikan, tentukan perbandingan fungsi trigonometri α yang lain menggunakan identitas trigonometri. Lembar hasil kerja SWN dapat dilihat pada gambar berikut.

Handwritten work for Gambar 9:

$\tan x = r$
 $= \frac{p}{1}$
 $= \frac{\text{depan}}{\text{samping}}$

Diagram of a right triangle with vertical side 1, horizontal side p, and hypotenuse $\sqrt{p^2+1}$.

$s^2 = \sqrt{(\sin \text{ depan})^2 + (\sin \text{ samping})^2}$
 $s^2 = \sqrt{p^2 + 1^2}$
 $s = p^2 + 1$

$\sin \alpha = \frac{p}{p^2+1}$
 $\cos \alpha = \frac{1}{p^2+1}$

Gambar 9. Jawaban SWN pada Masalah 4

Dari Gambar 9. terlihat bahwa SWN tidak memahami masalah. Kemudian SWN tidak dapat menerjemahkan syarat langkah penyelesaian masalah, karena tidak mencari terlebih dahulu nilai fungsi $\sec \alpha$ dengan menggunakan identitas trigonometri. Selanjutnya SWN salah dalam mencari fungsi invers yaitu $\cos \alpha$ dan fungsi trigonometri lainnya.

Salah satu kesalahan prinsip dalam menyelesaikan masalah 5 yaitu subjek keempat disebut SAS. Masalah yang diberikan, sederhanakan bentuk persamaan trigonometri berikut. Lembar hasil kerja SAS dapat dilihat pada gambar berikut.

$$\begin{aligned}
 & \text{Sederhanakan bentuk } (\csc x - \sin x) \csc x - \cot^2 x \\
 & (\csc x - \sin x) \csc x - \cot^2 x \\
 & = (\csc x - \sin x) \cdot \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} \\
 & = \csc x - \sin x = \frac{1}{\sin x} - \sin x \\
 & = \frac{1 - \sin^2 x}{\sin x} = \frac{\cos^2 x}{\sin x} \\
 & = \frac{\cos^2 x}{\sin x} \cdot \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} = \frac{\cos^4 x}{\sin^3 x} = \cot^4 x
 \end{aligned}$$

Gambar 10. Jawaban SAS pada Masalah 5

Dari Gambar 10. terlihat bahwa SAS tidak memahami masalah. Kemudian SAS tidak dapat menerjemahkan langkah penyelesaian masalah, karena tidak mengganti nilai fungsi trigonometri dengan fungsi invers agar menjadi fungsi trigonometri yang sejenis. Sehingga SAS salah dalam melakukan langkah penyelesaian masalah selanjutnya, karena tidak memperhatikan syarat dalam penyelesaian masalah.

Kesalahan Operasi

Kesalahan dalam operasi yang dilakukan oleh mahasiswa pada setiap masalah adalah sebagai berikut: pada masalah 1, mahasiswa salah dalam melakukan langkah penyelesaian masalah sehingga salah dalam menghitung nilai sudut; pada masalah 2 dan masalah 3, mahasiswa salah dalam menemukan satu sisi segitiga menyebabkan salah dalam menghitung nilai perbandingan fungsi trigonometri lainnya; pada masalah 4, mahasiswa salah dalam mencari satu fungsi trigonometri menggunakan identitas trigonometri atau fungsi invers, menyebabkan salah dalam mencari fungsi trigonometri lainnya; pada masalah 5, mahasiswa salah dalam mengganti satu fungsi trigonometri dengan identitas trigonometri atau fungsi invers/lainnya, mengakibatkan salah dalam menyederhanakan persamaan trigonometri.

Berikut ini dideskripsikan kesalahan operasi pada subjek penelitian yang terpilih. Salah satu kesalahan operasi dalam menyelesaikan masalah 1 yaitu subjek kesembilan disebut SCG. Masalah yang diberikan, ubah sudut di bawah ini ke dalam sudut istimewa dan tentukan nilainya. Lembar hasil kerja SCG dapat dilihat pada gambar berikut.

1. Ubah sudut dibawah ini ke dalam sudut istimewa dan tentukan nilainya.

6 a. $\sin(-135^\circ) = \sin(-90^\circ) + \sin(-45^\circ) = 1 + \frac{1}{2}\sqrt{2} = \frac{3}{2}\sqrt{2}$

b. $\cos 195^\circ = \cos 135^\circ + \cos 60^\circ = -\frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2} = \sqrt{2}$

c. $\tan 210^\circ = \tan 150^\circ + \tan 60^\circ = -\frac{1}{2}\sqrt{3} + \sqrt{3} = \frac{1}{2}$

Gambar 11. Jawaban SCG pada Masalah 1

Dari Gambar 11. terlihat bahwa SCG salah dalam melakukan langkah penyelesaian masalah. Seharusnya SCG mengubah sudut ke dalam jumlah atau selisih sudut istimewa. Kemudian SCG juga salah dalam melakukan perhitungan nilai sudut pada poin a, b, dan c. Dari jawaban yang diberikan oleh SCG dapat juga diklasifikasikan sebagai kesalahan konsep dan prinsip.

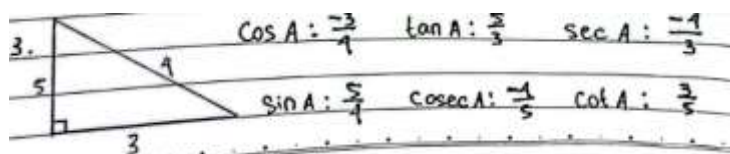
Salah satu kesalahan operasi dalam menyelesaikan masalah 2 yaitu subjek kesepuluh disebut SEE. Masalah yang diberikan, tentukan perbandingan fungsi trigonometri α yang lain. Lembar hasil kerja SEE dapat dilihat pada gambar berikut.

$$\begin{aligned}\sin \alpha &= \frac{5}{13} = -\cos \alpha \\ \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha &= 1 \\ \cos^2 \alpha &= 1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2 \\ &= 1 - \frac{25}{169} \\ &= \frac{144}{169} \\ \cos \alpha &= \sqrt{\frac{144}{169}} \\ \cos \alpha &= \frac{12}{13}\end{aligned}$$

Gambar 12. Jawaban SEE pada Masalah 2

Dari Gambar 12. terlihat bahwa SEE salah dalam melakukan langkah penyelesaian masalah. Seharusnya SEE mencari sisi lain segitiga terlebih dahulu yaitu sisi x. Kemudian dari lembar jawaban SEE tidak menyelesaikan masalah secara lengkap, hanya mencari nilai fungsi Cos α saja.

Salah satu kesalahan operasi dalam menyelesaikan masalah 3 yaitu subjek kesebelas disebut SER. Masalah yang diberikan, tentukan perbandingan fungsi trigonometri α yang lain. Lembar hasil kerja SER dapat dilihat pada gambar berikut.



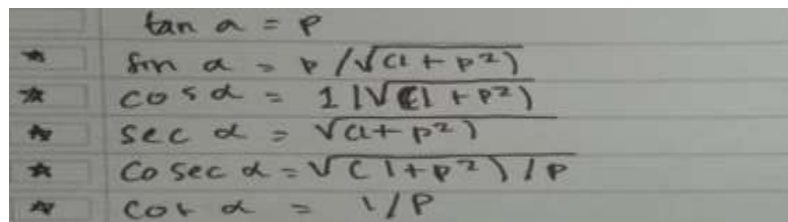
3. $\cos A = \frac{3}{5}$ $\tan A = \frac{4}{3}$ $\sec A = \frac{5}{3}$

$\sin A = \frac{4}{5}$ $\csc A = \frac{5}{4}$ $\cot A = \frac{3}{4}$

Gambar 13. Jawaban SER pada Masalah 3

Dari Gambar 13. terlihat bahwa SER salah dalam melakukan langkah penyelesaian masalah. Kemudian SER salah dalam mencari nilai sisi lain segitiga yaitu sisi y . Sehingga dapat disimpulkan bahwa SER salah dalam menentukan fungsi $\sin \alpha$, $\operatorname{Cosec} \alpha$, $\tan \alpha$, dan $\cot \alpha$.

Salah satu kesalahan operasi dalam menyelesaikan masalah 4 yaitu subjek keduabelas disebut SDA. Masalah yang diberikan, tentukan perbandingan fungsi trigonometri α yang lain menggunakan identitas trigonometri. Lembar hasil kerja SDA dapat dilihat pada gambar berikut.



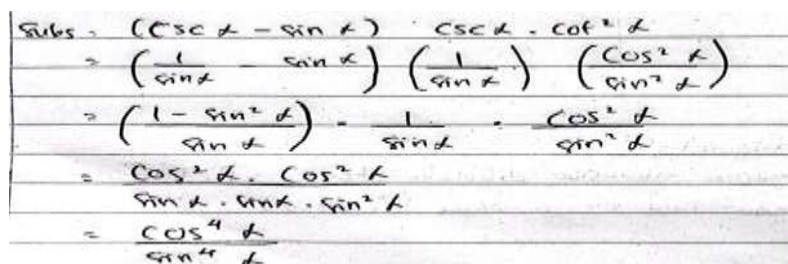
Handwritten student work for Gambar 14 showing trigonometric identities:

$$\begin{aligned} \tan \alpha &= p \\ \sin \alpha &= p / \sqrt{1+p^2} \\ \cos \alpha &= 1 / \sqrt{1+p^2} \\ \sec \alpha &= \sqrt{1+p^2} \\ \operatorname{Cosec} \alpha &= \sqrt{1+p^2} / p \\ \cot \alpha &= 1/p \end{aligned}$$

Gambar 14. Jawaban SDA pada Masalah 4

Dari Gambar 14. terlihat bahwa SDA salah dalam melakukan langkah penyelesaian masalah. Seharusnya SDA mencari terlebih dahulu nilai fungsi $\sec \alpha$ dengan menggunakan identitas trigonometri. Kemudian SDA juga tidak melakukan langkah penyelesaian secara lengkap.

Salah satu kesalahan operasi dalam menyelesaikan masalah 5 yaitu subjek ketigabelas disebut SMZ. Masalah yang diberikan, sederhanakan bentuk persamaan trigonometri berikut. Lembar hasil kerja SMZ dapat dilihat pada gambar berikut.



Handwritten student work for Gambar 15 showing simplification of a trigonometric expression:

$$\begin{aligned} \text{Subs. } & (\operatorname{Csc} x - \sin x) \cdot \operatorname{Csc} x \cdot \cot^2 x \\ &= \left(\frac{1}{\sin x} - \sin x \right) \left(\frac{1}{\sin x} \right) \left(\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} \right) \\ &= \left(\frac{1 - \sin^2 x}{\sin x} \right) \cdot \frac{1}{\sin x} \cdot \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} \\ &= \frac{\cos^2 x \cdot \cos^2 x}{\sin x \cdot \sin x \cdot \sin^2 x} \\ &= \frac{\cos^4 x}{\sin^4 x} \end{aligned}$$

Gambar 15. Jawaban SMZ pada Masalah 5

Dari Gambar 15. terlihat bahwa SMZ salah dalam melakukan langkah penyelesaian masalah. Terlihat SMZ salah dalam melakukan perhitungan aljabar yang ada di dalam kurung, sehingga SMZ salah melakukan langkah penyelesaian masalah.

D. Kesimpulan

Berdasarkan temuan penelitian, diketahui bahwa kesalahan terbesar yang dilakukan mahasiswa dalam menyelesaikan masalah fungsi trigonometri adalah kesalahan dalam pemahaman konsep. Penyebab utama dari kesalahan konsep adalah kurangnya ketelitian mahasiswa dalam mengaplikasikan sifat, aturan dan ketidakpahaman terhadap syarat yang diperlukan untuk menyelesaikan masalah.

Selanjutnya, peneliti mengungkapkan bahwa kesalahan prinsip berhubungan erat dengan kesalahan konsep saat mahasiswa menyelesaikan masalah fungsi trigonometri. Penyebab utama kesalahan prinsip disebabkan oleh kurangnya ketelitian dalam memahami masalah (sifat, aturan, dan syarat) serta kurangnya pemahaman dalam mengolah syarat atau aturan untuk mencapai solusi permasalahan.

Selain itu, terdapat banyak faktor penyebab kesalahan operasi yang dilakukan oleh mahasiswa saat menyelesaikan masalah fungsi trigonometri. Kesalahan operasi ini muncul akibat kurangnya ketelitian dalam penerapan konsep dan prinsip yang terdapat dalam materi trigonometri mengakibatkan terjadinya kesalahan dalam perhitungan. Namun, bisa juga karena mahasiswa keliru dalam menentukan langkah-langkah untuk menyelesaikan permasalahan. Dalam penelitian ini, ditemukan kesalahan operasi karena mahasiswa kesulitan dalam melakukan manipulasi atau tidak memperhatikan syarat dengan baik untuk menyelesaikan masalah.

Setelah memahami kesalahan-kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa dalam menyelesaikan masalah fungsi trigonometri, peneliti akan melanjutkan dengan evaluasi pembelajaran mengenai materi trigonometri, khususnya terkait pemenuhan konsep-konsep dalam segitiga. Peneliti juga menyarankan peneliti lainnya melakukan penelitian mengenai kesalahan-kesalahan mahasiswa dalam topik trigonometri untuk mengidentifikasi penyebab kesulitan mahasiswa dalam belajar materi trigonometri.

Daftar Pustaka

- Abidin, Z. (2012). Analisis Kesalahan Mahasiswa Prodi Pendidikan Matematika Fakultas Tarbiyah IAIN AR- Raniry dalam Mata Kuliah Trigonometri dan kalkulus 1. *Jurnal Ilmiah Didaktika*, 13 (1), 183-196.
- Haryadi, R., & Nurmaningsih. (2019). Analisis Kesalahan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Persamaan Garis Lurus. *Jurnal Elemen*, 5(1): 1–11. Diambil dari <http://ejournal.hamzanwadi.ac.id/index.php/jel>.
- Lial, M. L., Hornsby, J., Schneider, D. I., & Daniels, C. J. (2016). *Trigonometry* (11th ed.). New York: Pearson.
- Mustamir, A. (2019). Application of demonstration methods to improve learning achievement in cultural arts subject and skills of filter art graphic materials in class IX E students of SMP Negeri 3 Surabaya. *Indonesian Journal of Contemporary Education*, 1(1), 15–17.
- Nabie, M. J., Akayuure, P., Ibrahim-Bariham, U. A., & Sofu, S. (2018). Trigonometric concepts: Preservice teachers' perceptions and knowledge. *Journal on Mathematics Education*, 9(2), 169– 182. <https://doi.org/10.22342/jme.9.2.5261.169-182>.
- Novianti, V., Lexbin, M., & Judah, E. (2021). Analisis Kesulitan Siswa SMK dalam Menyelesaikan Soal Materi Trigonometri. *Jurnal Pembelajaran MAtematika Inovatif*, 4(1), 161–168. <https://doi.org/10.22460/jpmi.v4i1.161-168>.
- Nufus, H., & Ariawan, R. (2018). Profil Kesalahan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal pada Mata Kuliah Kalkulus Diferensial berdasarkan Gaya Kognitif dan Habits of Mind. *Suska Journal of Mathematics Education*, 4(2), 108-114. <http://dx.doi.org/10.24014/sjme.v4i2.6146>.
- Nurmeidina, R., & Djamilah, S. (2019). Pelatihan tips dan trik trigonometri mudah untuk siswa SMA. *Jurnal Pendidikan Dan Pengabdian Masyarakat*, 2(3), 362–365.
- Perdana, D. N., & Utami, K. B. (2023). Analisis Kesalahan dalam Menyelesaikan Soal Trigonometri pada Siswa Kelas X SMA Ekasakti Padang. *EduMatSains: Jurnal Pendidikan, Matematika Dan Sains*, 7(2), 305–318.
- Purnomo, D. (2013). *IKIP BUDI UTOMO MALANG*.
- Sari, I. W. (2018). ANALISIS KESALAHAN MAHASISWA-SISWIDALAM MENYELESAIKAN SOAL TRIGONOMETRI BERDASARKAN KRITERIA WATSON. *JURNAL WIDYALOKA IKIP WIDYA DARMA*. Vol. 5. No. 2, Maret 2018.

- Setiawan, Y. E. (2021). Analisis Kesalahan Mahasiswa Semester Pertama dalam Menentukan Nilai Fungsi Trigonometri Sudut Istimewa. *Supremum Journal of Mathematics Education*, 5(1), 110–121. <https://doi.org/https://doi.org/10.35706/sjme.v5i1.4531>.
- Siagian, P.P.G., Sinaga, B., & Mulyono (2019). Analysis of Difficulty of student's Geometry on Van Hiele's Thinking Theory. *International Journal on Emerging Mathematics Education*, 3(2), 162-176. <http://dx.doi.org/10.12928/ijeme.v3i2.13658>.
- Sugiyanto. (2017). *Psikologi Pendidikan* (Kedua). Yogyakarta: UNY Press.
- Sugiyono. (2019). *Metode Penelitian Kuantitatif, Kualitatif dan R&D*. Bandung: Alfabeta.
- Wahyuni, Arie. (2017). Analisis Hambatan Belajar Mahasiswa Pada Mata Kuliah Kalkulus Dasar. *JNPM (Jurnal Nasional Pendidikan Matematika)* Vol. 1(1). <http://jurnal.unswagati.ac.id/index.php/JNPM/article/download/253/199> diakses pada tanggal 2 Desember 2017.
- Wulandari, S., & Gusteti, M. U. (2020). Analisis kesalahan menyelesaikan soal trigonometri siswa kelas X SMA. *Math Educa Journal*, 4(1), 64–80.